

# MATHEMATIK

Aufgabensammlung mit vollständigen Lösungen

## Gleichungssysteme I

Lösungsmethoden

21

24

$$(I) : \quad 8x + 2y = 2$$

$$(II) : \quad 14x + 2y = 8$$

**neo**  
LERNHILFEN





lizensiert für:  
Raphael Neuherz



Arbeitsblätter

Mathematik  
(2014-01-04 15:01)

Schuljahr  
2012/13

Verantwortlich für den Inhalt  
Dipl.-Ing. Edgar Neuherz

Graz, 2014

Wir weisen darauf hin, dass das Kopieren zum Schulgebrauch verboten ist - § 42 Absatz(6) der Urheberrechtsgesetznovelle 2003:

„Die Befugnis zur Vervielfältigung zum eigenen Schulgebrauch gilt nicht für Werke, die ihrer Beschaffenheit und Bezeichnung nach zum Schul- oder Unterrichtsgebrauch bestimmt sind.“

© 2011-2014 DI Edgar Neuherz  
Strauchergasse 23, A-8020 Graz  
Alle Rechte vorbehalten.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere das der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf fotomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweise Verwertung, vorbehalten.

ISBN  
NEO Website: [mathematik.neo-lernhilfen.at](http://mathematik.neo-lernhilfen.at)

E-Mail an [neo.verlag@me.com](mailto:neo.verlag@me.com)

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgaben</b>	<b>1</b>
1.1	Gleichungssysteme . . . . .	3
1.1.1	Einsetzungsverfahren . . . . .	3
1.1.2	Gleichsetzungsverfahren . . . . .	4
1.1.3	Eliminationsverfahren . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Lösungen</b>	<b>7</b>
2.1	Gleichungssysteme . . . . .	9
2.1.1	Einsetzungsverfahren . . . . .	9
2.1.2	Gleichsetzungsverfahren . . . . .	15
2.1.3	Eliminationsverfahren . . . . .	21



1

Aufgaben





## 1.1 Gleichungssysteme

### 1.1.1 Einsetzungsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

15:01 **1**  
2014-01-04

**1** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad x - 10y = -34 \\ \text{II:} \quad 5x + 5y + 12z = -17 \\ \text{III:} \quad 8x - 3y + z = -42 \end{array}$$

**4** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad 8x - 5y + 3z = -25 \\ \text{II:} \quad -10x + y = 11 \\ \text{III:} \quad 9x + 2y + z = -11 \end{array}$$

**2** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad 10x + y = 11 \\ \text{II:} \quad -6x - 10y + 4z = -32 \\ \text{III:} \quad 11x - 2y + z = 5 \end{array}$$

**5** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad x + 2y = 6 \\ \text{II:} \quad -11x - 9y - 9z = -58 \\ \text{III:} \quad 7x + 11y + z = 38 \end{array}$$

**3** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad 4x + 7y - 9z = -36 \\ \text{II:} \quad x + 6y = -15 \\ \text{III:} \quad 7x + 11y + z = -9 \end{array}$$

**6** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad -11x + y = 40 \\ \text{II:} \quad 9x - 7y - 5z = -23 \\ \text{III:} \quad 2x + 8y + z = -37 \end{array}$$

## 1.1.2 Gleichsetzungsverfahren

15:01 **2**  
2014-01-04

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

7 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -4x = 39 - 11y - 6z \\ \text{II:} & -4x = 7 - 11y - 2z \\ \text{III:} & -4x = 20 - 8y - 6z \end{array}$$

10 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 1y = -9 - 5x - 6z \\ \text{II:} & 1y = 10 - 12x - 0z \\ \text{III:} & 1y = -8 - 6x - 6z \end{array}$$

8 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 12y = -20 - 10x - 4z \\ \text{II:} & 12y = 112 - 11x - 8z \\ \text{III:} & 12y = 28 - 2x - 4z \end{array}$$

11 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -11x = -77 - 10y - 8z \\ \text{II:} & -11x = -47 - 5y - 8z \\ \text{III:} & -11x = -35 - 11y - 8z \end{array}$$

9 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 5x = 22 - 5y - 9z \\ \text{II:} & 5x = -16 - 11y - 4z \\ \text{III:} & 5x = -14 - 4y - 9z \end{array}$$

12 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 2y = -1 - 9x - 8z \\ \text{II:} & 2y = -34 - 6x - 6z \\ \text{III:} & 2y = 8 - 6x - 8z \end{array}$$

## 1.1.3 Eliminationsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

15:01 **3**  
2014-01-04

**13** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -6x + 1y - 2z = 15 \\ \text{II:} & 6x - 8y - 1z = 15 \\ \text{III:} & -6x - 11y + -2z = 51 \end{array}$$

**16** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 12x + 2y + 10z = 2 \\ \text{II:} & -9x - 2y - 7z = 1 \\ \text{III:} & 2x - 2y + -10z = -16 \end{array}$$

**14** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -2x + 7y + 9z = -34 \\ \text{II:} & -2x + 10y + 1z = -24 \\ \text{III:} & -2x - 11y + 9z = 2 \end{array}$$

**17** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -5x - 5y - 12z = -53 \\ \text{II:} & 5x - 1y + 3z = 29 \\ \text{III:} & -5x - 7y + -12z = -49 \end{array}$$

**15** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 9x + 11y + 6z = 77 \\ \text{II:} & 4x - 11y - 10z = -42 \\ \text{III:} & 2x + 11y + 6z = 56 \end{array}$$

**18** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 12x - 9y - 8z = -3 \\ \text{II:} & -12x - 8y - 5z = 59 \\ \text{III:} & -12x - 2y + 8z = 14 \end{array}$$



# 2

## Lösungen



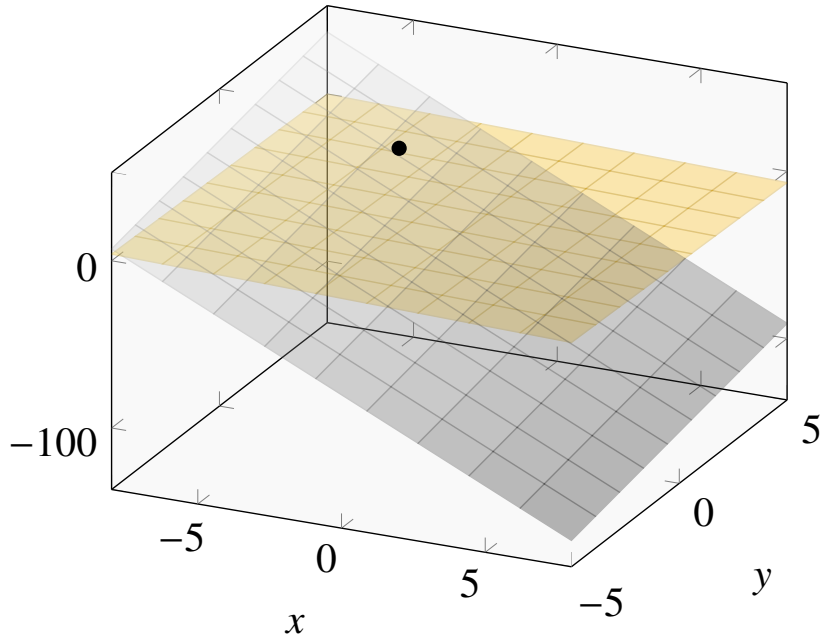
## 2.1 Gleichungssysteme

### 2.1.1 Einsetzungsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

15:01 **1**  
2014-01-04

**1** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\begin{aligned} \text{I} : & x - 10y = -34 \\ \text{II} : & 5x + 5y + 12z = -17 \\ \text{III} : & 8x - 3y + z = -42 \end{aligned}$$

Schritt 1.1:

$$\text{I}^{(1)} : x = -34 + 10y$$

Schritt 1.2:

$$\begin{aligned} \text{II}^{(1)} : & 5 \cdot (-34 + 10y) + 5y + 12z = -17 \\ & -170 + 50y + 5y + 12z = -17 \\ & 55y + 12z = 153 \\ \text{III}^{(1)} : & 8 \cdot (-34 + 10y) - 3y + z = -42 \\ & -272 + 80y - 3y + z = -42 \\ & 77y + z = 230 \end{aligned}$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\begin{aligned} \text{II}^{(1)} : & 55y + 12z = 153 \\ \text{III}^{(1)} : & 77y + z = 230 \end{aligned}$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(2)} : z = 230 - 77y$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} \text{II}^{(2)} : & 55y + 12 \cdot (230 - 77y) = 153 \\ & 55y + 2760 - 924y = 153 \\ & -869y = -2607 \\ & y = \frac{-2607}{-869} \\ & y = \underline{3} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{aligned} \text{III}^2 : & z = 230 - 77y \\ & z = 230 - 77 \cdot 3 \\ & z = 230 - 231 \\ & z = \underline{-1} \end{aligned}$$

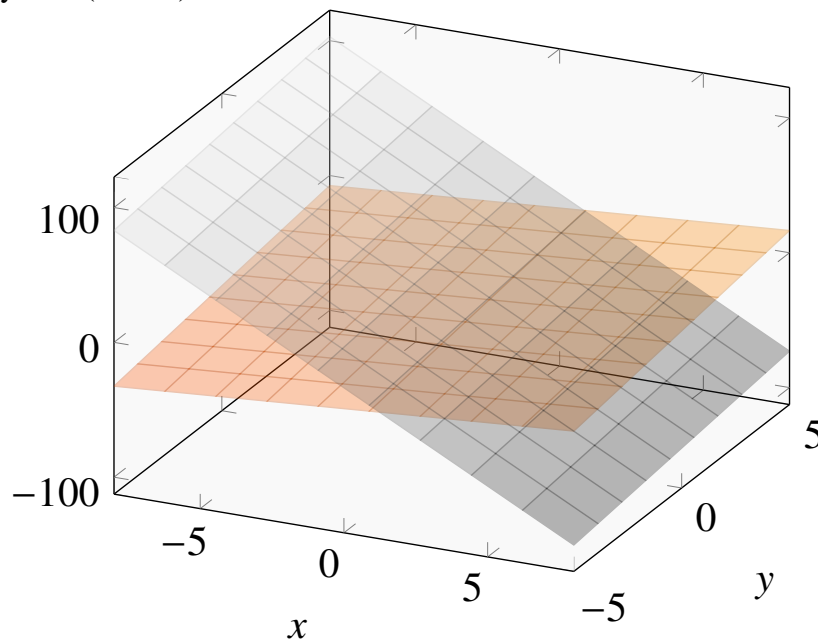
Schritt 1.3:

$$\begin{aligned} \text{II}^2 : & x = -34 + 10y \\ & x = -34 + 10 \cdot 3 \\ & x = -34 + 30 \\ & x = \underline{-4} \end{aligned}$$

---


$$\mathbf{L} = \underline{\underline{\{-4, 3, -1\}}}$$

2 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad 10x + y = 11 \\ \text{II:} & \quad -6x - 10y + 4z = -32 \\ \text{III:} & \quad 11x - 2y + z = 5 \end{aligned}$$

Schritt 1.1:

$$\text{I}^{(1)}: \quad y = 11 - 10x$$

Schritt 1.2:

$$\begin{aligned} \text{II}^{(1)}: & \quad -6x - 10 \cdot (11 - 10x) + 4z = -32 \\ & \quad -6x - 110 + 100x + 4z = -32 \\ & \quad 94x + 4z = 78 \\ \text{III}^{(1)}: & \quad 11x - 2 \cdot (11 - 10x) + z = 5 \\ & \quad 11x - 22 + 20x + z = 5 \\ & \quad 31x + z = 27 \end{aligned}$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\begin{aligned} \text{II}^{(1)}: & \quad 94x + 4z = 78 \\ \text{III}^{(1)}: & \quad 31x + z = 27 \end{aligned}$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(2)}: \quad z = 27 - 31x$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} \text{II}^{(2)}: & \quad 94x + 4 \cdot (27 - 31x) = 78 \\ & \quad 94x + 108 - 124x = 78 \\ & \quad -30x = -30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-30}{-30} \\ x &= \underline{1} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{aligned} \text{III}^2: & \quad z = 27 - 31x \\ & \quad z = 27 - 31 \cdot 1 \\ & \quad z = 27 - 31 \\ & \quad z = \underline{-4} \end{aligned}$$

Schritt 1.3:

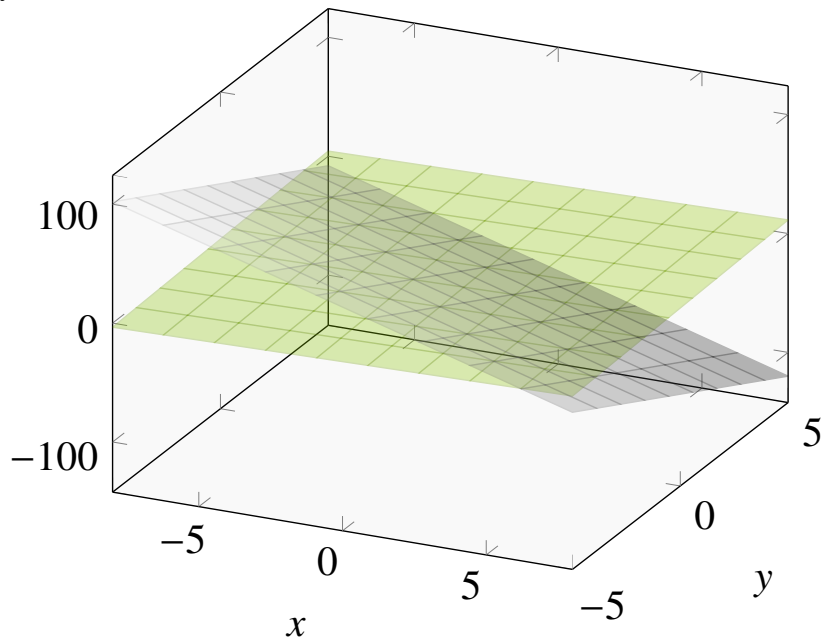
$$\begin{aligned} \text{II}^2: & \quad y = 11 - 10x \\ & \quad y = 11 - 10 \cdot 1 \\ & \quad y = 11 - 10 \\ & \quad y = \underline{1} \end{aligned}$$

---


$$\mathbf{L} = \{1, 1, -4\}$$



3 Gleichungssystem (ID =  $\mathbb{R}$ ):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad 4x + 7y - 9z = -36 \\ \text{II:} \quad x + 6y = -15 \\ \text{III:} \quad 7x + 11y + z = -9 \end{array}$$

Schritt 1.1:

$$\text{II}^{(1)}: \quad x = -15 - 6y$$

Schritt 1.2:

$$\begin{array}{l} \text{I}^{(1)}: \quad 4 \cdot (-15 - 6y) + 7y - 9z = -36 \\ \quad \quad -60 - 24y + 7y - 9z = -36 \\ \quad \quad \quad -17y - 9z = 24 \\ \text{III}^{(1)}: \quad 7 \cdot (-15 - 6y) + 11y + z = -9 \\ \quad \quad -105 - 42y + 11y + z = -9 \\ \quad \quad \quad -31y + z = 96 \end{array}$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\begin{array}{l} \text{I}^{(2)}: \quad -17y - 9z = 24 \\ \text{III}^{(2)}: \quad -31y + z = 96 \end{array}$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(3)}: \quad z = 96 + 31y$$

Schritt 2.2:

$$\begin{array}{l} \text{I}^{(3)}: \quad -17y - 9 \cdot (96 + 31y) = 24 \\ \quad \quad -17y - 864 - 279y = 24 \\ \quad \quad \quad -296y = 888 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = \frac{888}{-296} \\ y = \underline{-3} \end{array}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{array}{l} \text{III}^2: \quad z = 96 + 31y \\ \quad \quad z = 96 + 31 \cdot (-3) \\ \quad \quad z = 96 - 93 \\ \quad \quad z = \underline{3} \end{array}$$

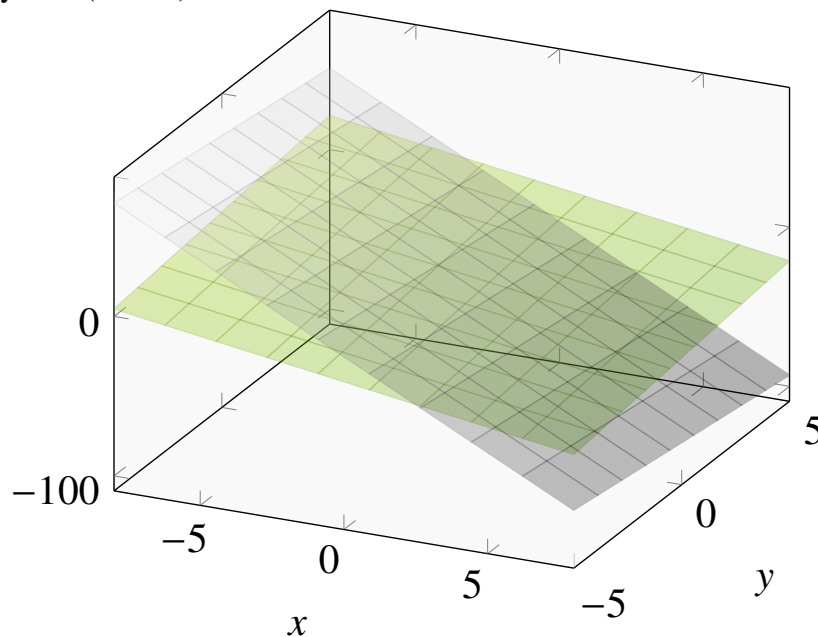
Schritt 1.3:

$$\begin{array}{l} \text{II}^2: \quad x = -15 - 6y \\ \quad \quad x = -15 - 6 \cdot (-3) \\ \quad \quad x = -15 + 18 \\ \quad \quad x = \underline{3} \end{array}$$

---


$$\mathbf{L} = \underline{\underline{\{3, -3, 3\}}}$$

4 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\text{I:} \quad 8x - 5y + 3z = -25$$

$$\text{II:} \quad -10x + y = 11$$

$$\text{III:} \quad 9x + 2y + z = -11$$

Schritt 1.1:

$$\text{II}^{(1)}: \quad y = 11 + 10x$$

Schritt 1.2:

$$\text{I}^{(1)}: \quad 8x - 5 \cdot (11 + 10x) + 3z = -25$$

$$8x - 55 - 50x + 3z = -25$$

$$-42x + 3z = 30$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 9x + 2 \cdot (11 + 10x) + z = -11$$

$$9x + 22 + 20x + z = -11$$

$$29x + z = -33$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\text{I}^{(2)}: \quad -42x + 3z = 30$$

$$\text{III}^{(2)}: \quad 29x + z = -33$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(3)}: \quad z = -33 - 29x$$

Schritt 2.2:

$$\text{I}^{(3)}: \quad -42x + 3 \cdot (-33 - 29x) = 30$$

$$-42x - 99 - 87x = 30$$

$$-129x = 129$$

$$x = \frac{129}{-129}$$

$$x = \underline{-1}$$

Schritt 2.3:

$$\text{III}^2: \quad z = -33 - 29x$$

$$z = -33 - 29 \cdot (-1)$$

$$z = -33 + 29$$

$$z = \underline{-4}$$

Schritt 1.3:

$$\text{II}^2: \quad y = 11 + 10x$$

$$y = 11 + 10 \cdot (-1)$$

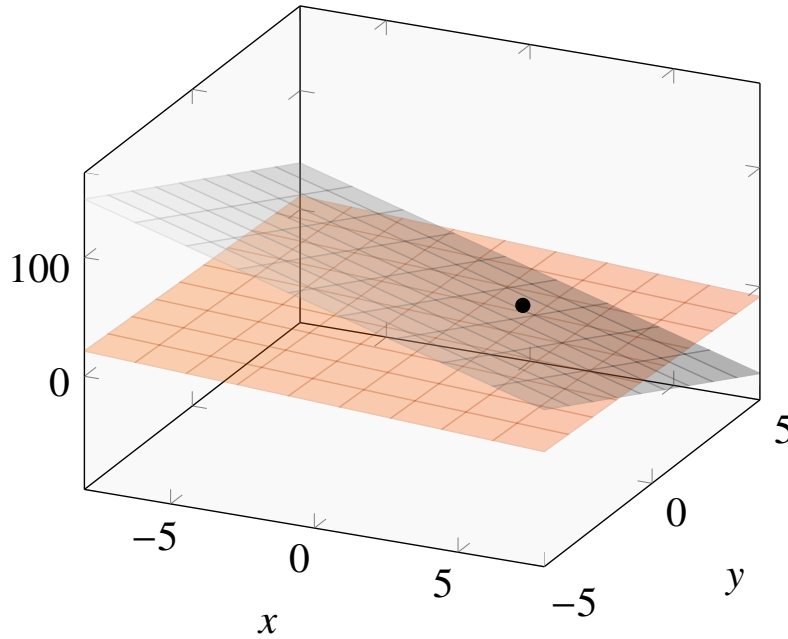
$$y = 11 - 10$$

$$y = \underline{1}$$

---


$$\mathbf{L} = \underline{\underline{\{-1, 1, -4\}}}$$

5 Gleichungssystem (ID = IR):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad x + 2y = 6 \\ \text{II:} & \quad -11x - 9y - 9z = -58 \\ \text{III:} & \quad 7x + 11y + z = 38 \end{aligned}$$

Schritt 1.1:

$$\text{I}^{(1)}: \quad x = 6 - 2y$$

Schritt 1.2:

$$\begin{aligned} \text{II}^{(1)}: & \quad -11 \cdot (6 - 2y) - 9y - 9z = -58 \\ & \quad -66 + 22y - 9y - 9z = -58 \\ & \quad 13y - 9z = 8 \\ \text{III}^{(1)}: & \quad 7 \cdot (6 - 2y) + 11y + z = 38 \\ & \quad 42 - 14y + 11y + z = 38 \\ & \quad -3y + z = -4 \end{aligned}$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\begin{aligned} \text{II}^{(1)}: & \quad 13y - 9z = 8 \\ \text{III}^{(1)}: & \quad -3y + z = -4 \end{aligned}$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(2)}: \quad z = -4 + 3y$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} \text{II}^{(2)}: & \quad 13y - 9 \cdot (-4 + 3y) = 8 \\ & \quad 13y + 36 - 27y = 8 \\ & \quad -14y = -28 \\ & \quad y = \frac{-28}{-14} \\ & \quad y = \underline{2} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{aligned} \text{III}^2: & \quad z = -4 + 3y \\ & \quad z = -4 + 3 \cdot 2 \\ & \quad z = -4 + 6 \\ & \quad z = \underline{2} \end{aligned}$$

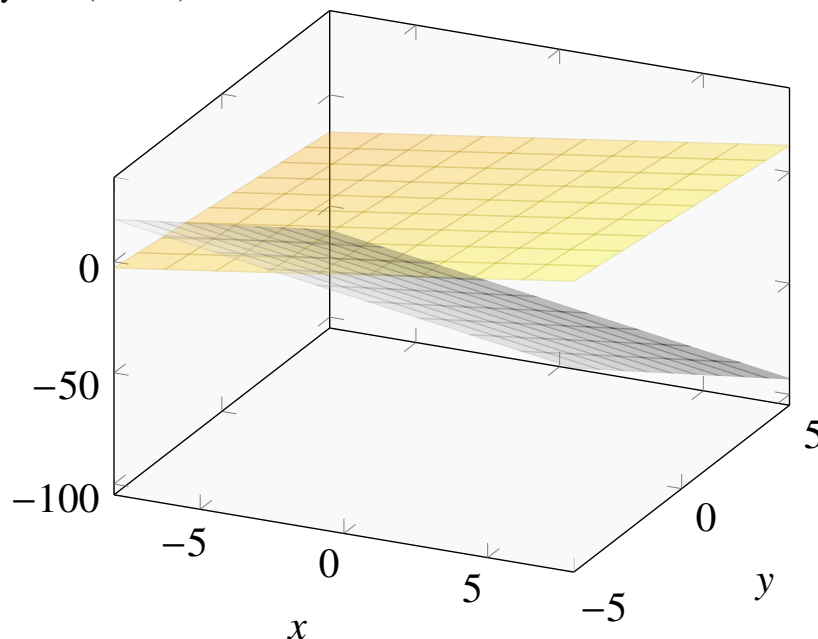
Schritt 1.3:

$$\begin{aligned} \text{II}^2: & \quad x = 6 - 2y \\ & \quad x = 6 - 2 \cdot 2 \\ & \quad x = 6 - 4 \\ & \quad x = \underline{2} \end{aligned}$$

---


$$\mathbf{L} = \underline{\underline{\{2, 2, 2\}}}$$

6 Gleichungssystem (ID = IR):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\text{I:} \quad -11x + y = 40$$

$$\text{II:} \quad 9x - 7y - 5z = -23$$

$$\text{III:} \quad 2x + 8y + z = -37$$

Schritt 1.1:

$$\text{I}^{(1)}: \quad y = 40 + 11x$$

Schritt 1.2:

$$\text{II}^{(1)}: \quad 9x - 7 \cdot (40 + 11x) - 5z = -23$$

$$9x - 280 - 77x - 5z = -23$$

$$-68x - 5z = 257$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 2x + 8 \cdot (40 + 11x) + z = -37$$

$$2x + 320 + 88x + z = -37$$

$$90x + z = -357$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\text{II}^{(1)}: \quad -68x - 5z = 257$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 90x + z = -357$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(2)}: \quad z = -357 - 90x$$

Schritt 2.2:

$$\text{II}^{(2)}: \quad -68x - 5 \cdot (-357 - 90x) = 257$$

$$-68x + 1785 + 450x = 257$$

$$382x = -1528$$

$$x = \frac{-1528}{382}$$

$$x = -4$$

Schritt 2.3:

$$\text{III}^2: \quad z = -357 - 90x$$

$$z = -357 - 90 \cdot (-4)$$

$$z = -357 + 360$$

$$z = 3$$

Schritt 1.3:

$$\text{II}^2: \quad y = 40 + 11x$$

$$y = 40 + 11 \cdot (-4)$$

$$y = 40 - 44$$

$$y = -4$$

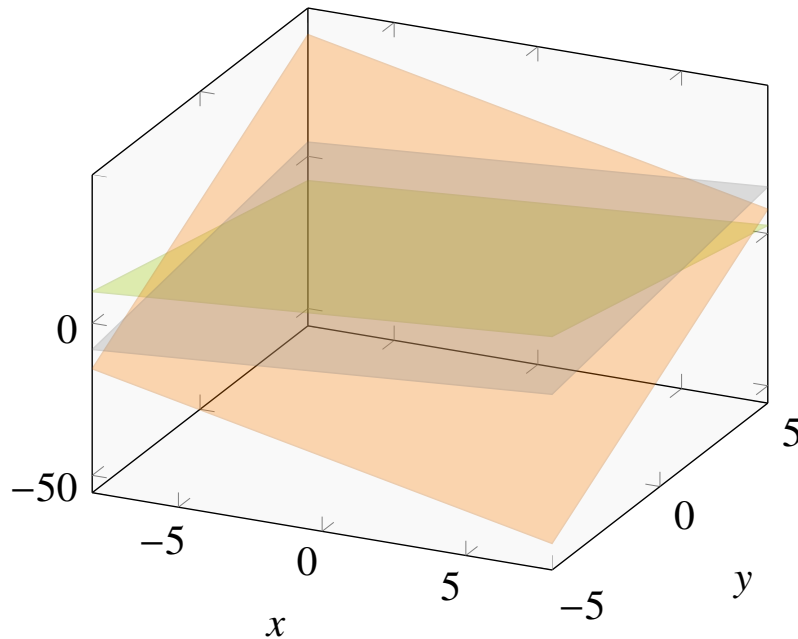
$$\mathbf{L} = \{-4, -4, 3\}$$

### 2.1.2 Gleichsetzungsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

15:01 **2**  
2014-01-04

7 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad -4x = 39 - 11y - 6z \\ \text{II:} & \quad -4x = 7 - 11y + 2z \\ \text{III:} & \quad -4x = 20 + 8y - 6z \end{aligned}$$

Schritt 1.1:

$$\begin{aligned} I = II: & \quad 39 - 11y - 6z = 7 - 11y + 2z \\ I = III: & \quad 39 - 11y - 6z = 20 + 8y - 6z \end{aligned}$$

Schritt 1.2:

$$\begin{aligned} I = II: & \quad 39 - 11y - 6z = 7 - 11y + 2z \\ & \quad -11y + 11y = 7 - 39 + 2z + 6z \\ & \quad 0y = -32 + 8z \\ I = III: & \quad 39 - 11y - 6z = 20 + 8y - 6z \\ & \quad -11y - 8y = 20 - 39 - 6z + 6z \\ & \quad -19y = -19 + 0z \end{aligned}$$

System 2x2:

$$\begin{aligned} IV: & \quad 0y = -32 + 8z \\ V^{(1)}: & \quad -19y = -19 \end{aligned}$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad -19y = -19$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} V^{(2)}: & \quad y = \frac{-19}{-19} \\ & \quad y = \underline{1} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{aligned} IV: & \quad 0y = -32 + 8z \\ & \quad 0 \cdot \underline{1} + 32 = 8z \\ & \quad 32 = 8z \\ & \quad z = \frac{32}{8} \\ & \quad z = \underline{4} \end{aligned}$$

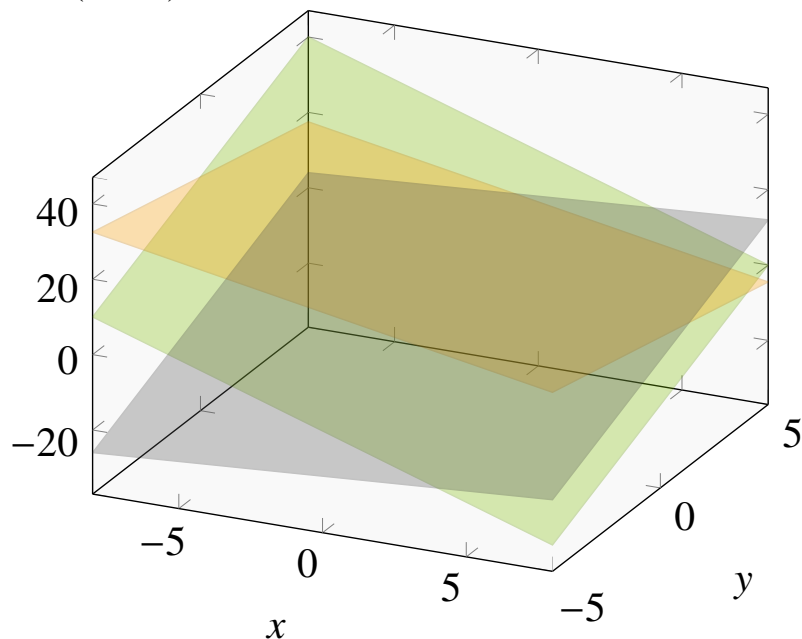
Schritt 1.3:

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad -4x = 39 - 11y - 6z \\ & \quad -4x = 39 - 11 \cdot \underline{1} - 6 \cdot \underline{4} \\ & \quad -4x = 39 - 11 - 24 \\ & \quad -4x = 4 \\ & \quad x = \frac{4}{-4} \\ & \quad x = \underline{-1} \end{aligned}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{-1, 1, 4\}}}$$

8 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3:

$$\text{I:} \quad 12y = -20 + 10x + 4z$$

$$\text{II:} \quad 12y = 112 - 11x - 8z$$

$$\text{III:} \quad 12y = 28 - 2x + 4z$$

Schritt 1.1:

$$I = II: \quad -20 + 10x + 4z = 112 - 11x - 8z$$

$$I = III: \quad -20 + 10x + 4z = 28 - 2x + 4z$$

Schritt 1.2:

$$I = II: \quad -20 + 10x + 4z = 112 - 11x - 8z$$

$$+10x + 11x = 112 + 20 - 8z - 4z$$

$$21x = 132 - 12z$$

$$I = III: \quad -20 + 10x + 4z = 28 - 2x + 4z$$

$$+10x + 2x = 28 + 20 + 4z - 4z$$

$$12x = 48 + 0z$$

System 2x2:

$$IV: \quad 21x = 132 - 12z$$

$$V^{(1)}: \quad 12x = 48$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad 12x = 48$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: \quad x = \frac{48}{12}$$

$$x = \underline{4}$$

Schritt 2.3:

$$IV: \quad 21x = 132 - 12z$$

$$21 \cdot 4 - 132 = -12z$$

$$-48 = -12z$$

$$z = \frac{-48}{-12}$$

$$z = \underline{4}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I:} \quad 12y = -20 + 10x + 4z$$

$$12y = -20 + 10 \cdot 4 + 4 \cdot 4$$

$$12y = -20 + 40 + 16$$

$$12y = 36$$

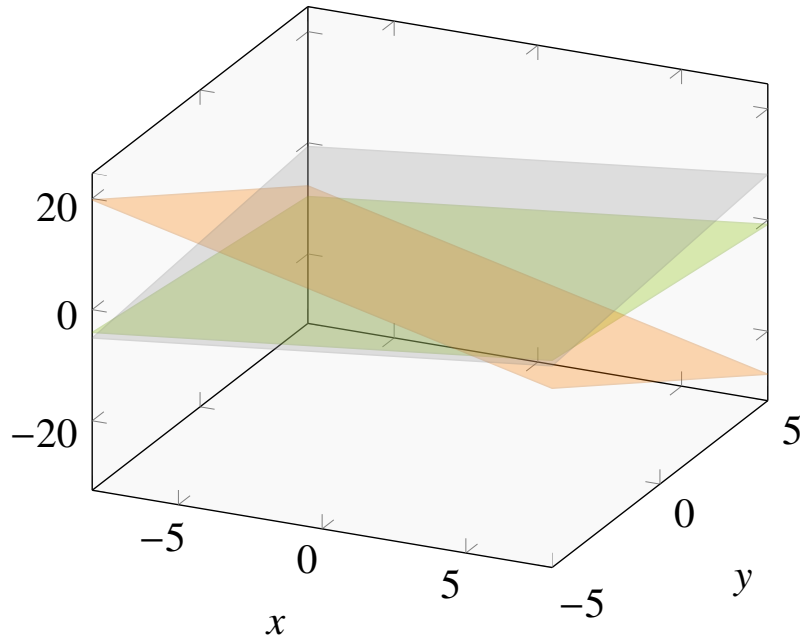
$$y = \frac{36}{12}$$

$$y = \underline{3}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{4, 3, 4\}}}$$

9 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I:} \quad 5x = 22 + 5y + 9z$$

$$\text{II:} \quad 5x = -16 - 11y - 4z$$

$$\text{III:} \quad 5x = -14 - 4y + 9z$$

Schritt 1.1:

$$I = II: \quad 22 + 5y + 9z = -16 - 11y - 4z$$

$$I = III: \quad 22 + 5y + 9z = -14 - 4y + 9z$$

Schritt 1.2:

$$I = II: \quad 22 + 5y + 9z = -16 - 11y - 4z$$

$$+5y + 11y = -16 - 22 - 4z - 9z$$

$$16y = -38 - 13z$$

$$I = III: \quad 22 + 5y + 9z = -14 - 4y + 9z$$

$$+5y + 4y = -14 - 22 + 9z - 9z$$

$$9y = -36 + 0z$$

System 2x2:

$$IV: \quad 16y = -38 - 13z$$

$$V^{(1)}: \quad 9y = -36$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad 9y = -36$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: \quad y = \frac{-36}{9}$$

$$y = \underline{-4}$$

Schritt 2.3:

$$IV: \quad 16y = -38 - 13z$$

$$16 \cdot (-4) + 38 = -13z$$

$$-26 = -13z$$

$$z = \frac{-26}{-13}$$

$$z = \underline{2}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I:} \quad 5x = 22 + 5y + 9z$$

$$5x = 22 + 5 \cdot (-4) + 9 \cdot 2$$

$$5x = 22 - 20 + 18$$

$$5x = 20$$

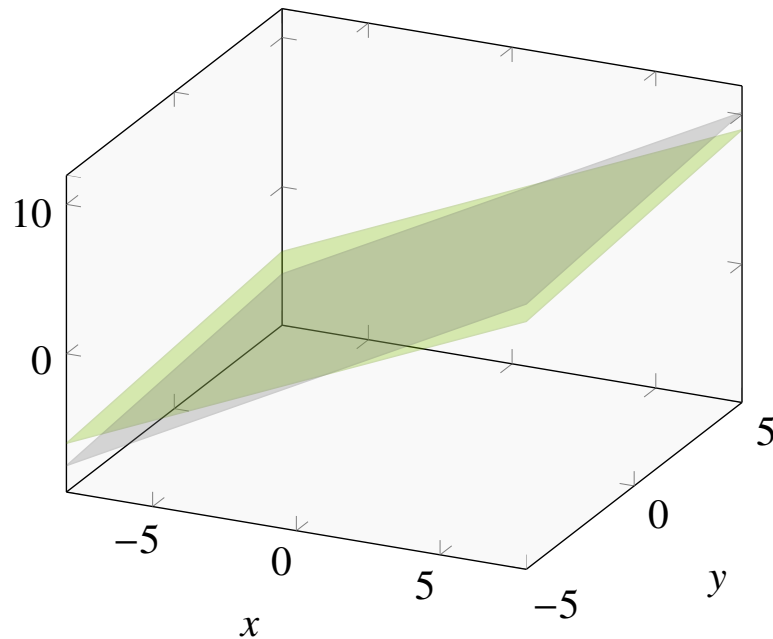
$$x = \frac{20}{5}$$

$$x = \underline{4}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{4, -4, 2\}}}$$

10 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I:} \quad 1y = -9 - 5x + 6z$$

$$\text{II:} \quad 1y = 10 - 12x - 0z$$

$$\text{III:} \quad 1y = -8 - 6x + 6z$$

Schritt 1.1:

$$I = II: \quad -9 - 5x + 6z = 10 - 12x - 0z$$

$$I = III: \quad -9 - 5x + 6z = -8 - 6x + 6z$$

Schritt 1.2:

$$I = II: \quad -9 - 5x + 6z = 10 - 12x - 0z$$

$$-5x + 12x = 10 + 9 - 0z - 6z$$

$$7x = 19 - 6z$$

$$I = III: \quad -9 - 5x + 6z = -8 - 6x + 6z$$

$$-5x + 6x = -8 + 9 + 6z - 6z$$

$$1x = 1 + 0z$$

System 2x2:

$$IV: \quad 7x = 19 - 6z$$

$$V^{(1)}: \quad 1x = 1$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad 1x = 1$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: \quad x = \frac{1}{1}$$

$$x = \underline{1}$$

Schritt 2.3:

$$IV: \quad 7x = 19 - 6z$$

$$7 \cdot \underline{1} - 19 = -6z$$

$$-12 = -6z$$

$$z = \frac{-12}{-6}$$

$$z = \underline{2}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I:} \quad 1y = -9 - 5x + 6z$$

$$1y = -9 - 5 \cdot \underline{1} + 6 \cdot \underline{2}$$

$$1y = -9 - 5 + 12$$

$$1y = -2$$

$$y = \frac{-2}{1}$$

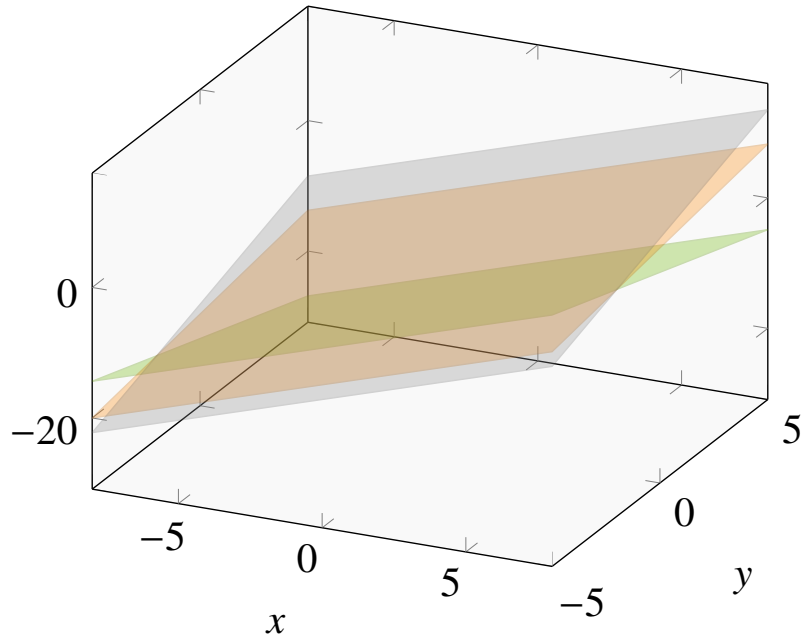
$$y = \underline{-2}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{1, -2, 2\}}}$$



**11** Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



**System 3x3**

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad -11x = -77 - 10y - 8z \\ \text{II:} & \quad -11x = -47 + 5y - 8z \\ \text{III:} & \quad -11x = -35 + 11y - 8z \end{aligned}$$

**Schritt 1.1:**

$$\begin{aligned} I = II: & \quad -77 - 10y - 8z = -47 + 5y - 8z \\ I = III: & \quad -77 - 10y - 8z = -35 + 11y - 8z \end{aligned}$$

**Schritt 1.2:**

$$\begin{aligned} I = II: & \quad -77 - 10y - 8z = -47 + 5y - 8z \\ & \quad -10y - 5y = -47 + 77 - 8z + 8z \\ & \quad -15y = 30 + 0z \\ I = III: & \quad -77 - 10y - 8z = -35 + 11y - 8z \\ & \quad -10y - 11y = -35 + 77 - 8z + 8z \\ & \quad -21y = 42 + 0z \end{aligned}$$

**System 2x2:**

$$\begin{aligned} IV: & \quad -15y = 30 + 0z \\ V^{(1)}: & \quad -21y = 42 \end{aligned}$$

**Schritt 2.1:**

$$V^{(2)}: \quad -21y = 42$$

**Schritt 2.2:**

$$\begin{aligned} V^{(2)}: & \quad y = \frac{42}{-21} \\ & \quad y = \underline{-2} \end{aligned}$$

**Schritt 2.3:**

$$\begin{aligned} IV: & \quad -15y = 30 + 0z \\ & \quad -15 \cdot (-2) - 30 = 0z \\ & \quad 0 = 0z \\ & \quad z = \frac{0}{0} \\ & \quad z = \underline{-3} \end{aligned}$$

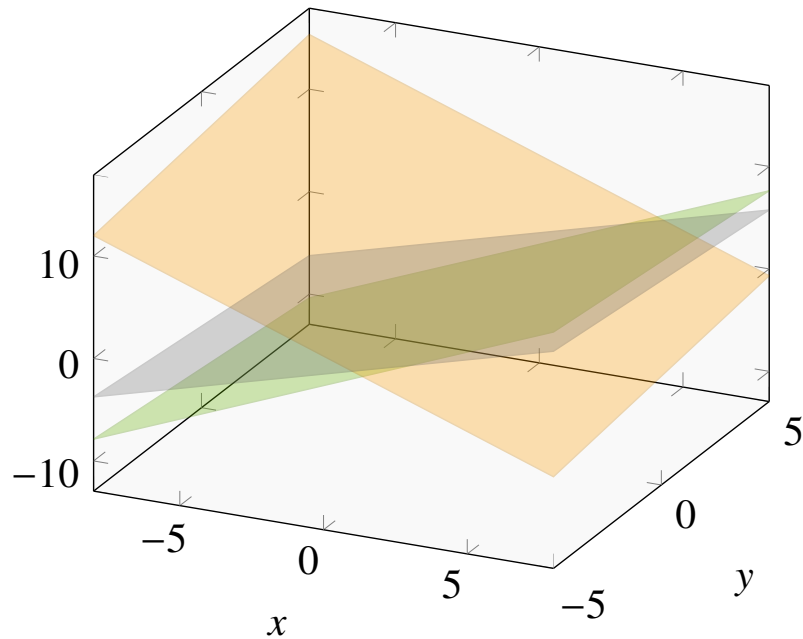
**Schritt 1.3:**

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad -11x = -77 - 10y - 8z \\ & \quad -11x = -77 - 10 \cdot (-2) - 8 \cdot (-3) \\ & \quad -11x = -77 + 20 + 24 \\ & \quad -11x = -33 \\ & \quad x = \frac{-33}{-11} \\ & \quad x = \underline{3} \end{aligned}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{3, -2, -3\}}}$$

12 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I:} \quad 2y = -1 + 9x - 8z$$

$$\text{II:} \quad 2y = -34 + 6x + 6z$$

$$\text{III:} \quad 2y = 8 + 6x - 8z$$

Schritt 1.1:

$$I = II: \quad -1 + 9x - 8z = -34 + 6x + 6z$$

$$I = III: \quad -1 + 9x - 8z = 8 + 6x - 8z$$

Schritt 1.2:

$$\begin{aligned} I = II: \quad -1 + 9x - 8z &= -34 + 6x + 6z \\ +9x - 6x &= -34 + 1 + 6z + 8z \\ 3x &= -33 + 14z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I = III: \quad -1 + 9x - 8z &= 8 + 6x - 8z \\ +9x - 6x &= 8 + 1 - 8z + 8z \\ 3x &= 9 + 0z \end{aligned}$$

System 2x2:

$$IV: \quad 3x = -33 + 14z$$

$$V^{(1)}: \quad 3x = 9$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad 3x = 9$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} V^{(2)}: \quad x &= \frac{9}{3} \\ x &= \underline{3} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{aligned} IV: \quad 3x &= -33 + 14z \\ 3 \cdot \underline{3} + 33 &= 14z \\ 42 &= 14z \\ z &= \frac{42}{14} \\ z &= \underline{3} \end{aligned}$$

Schritt 1.3:

$$\begin{aligned} \text{I:} \quad 2y &= -1 + 9x - 8z \\ 2y &= -1 + 9 \cdot \underline{3} - 8 \cdot \underline{3} \\ 2y &= -1 + 27 - 24 \\ 2y &= 2 \\ y &= \frac{2}{2} \\ y &= \underline{1} \end{aligned}$$

---

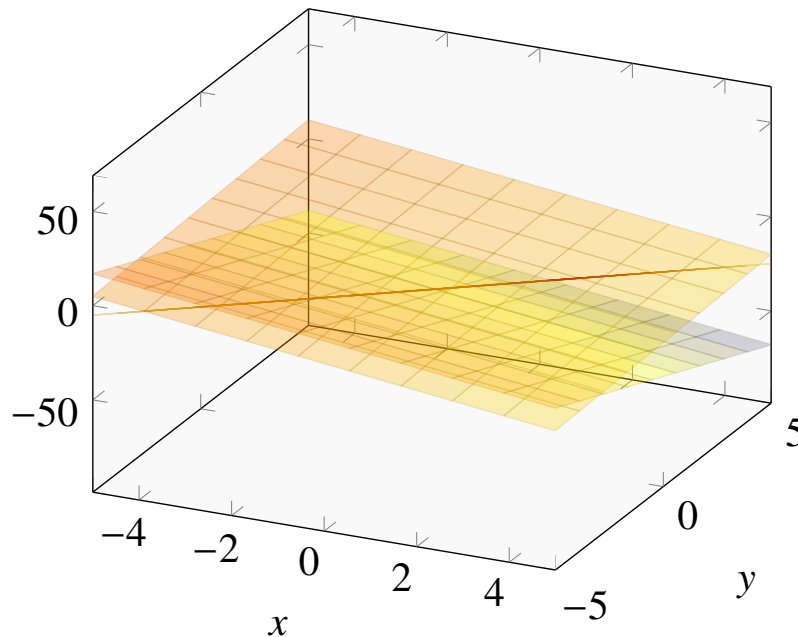

$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{3, 1, 3\}}}$$

### 2.1.3 Eliminationsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

15:01 **3**  
2014-01-04

**13** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):



**System 3x3**

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad -6x + 1y - 2z = 15 \\ \text{II:} & \quad 6x - 8y - 1z = 15 \\ \text{III:} & \quad -6x - 11y + -2z = 51 \end{aligned}$$

**Schritt 1.1:**

$$\begin{aligned} \text{I} + \text{II:} & \quad -7y - 3z = 30 \\ \text{I} - \text{III:} & \quad 12y + 0z = -36 \end{aligned}$$

**System 2x2:**

$$\begin{aligned} \text{IV:} & \quad -7y - 3z = 30 \\ \text{V:} & \quad 12y + 0z = -36 \end{aligned}$$

**Schritt 2.1:**

$$\text{V:} \quad 12y = -36$$

**Schritt 2.2:**

$$\begin{aligned} \text{V}^{(2)}: & \quad y = \frac{-36}{12} \\ & \quad y = \underline{-3} \end{aligned}$$

**Schritt 2.3:**

$$\begin{aligned} \text{IV:} & \quad -7y - 3z = 30 \\ & \quad -7 \cdot (-3) - 3z = 30 \\ & \quad -3z = 9 \\ & \quad z = \frac{9}{-3} \\ & \quad z = \underline{-3} \end{aligned}$$

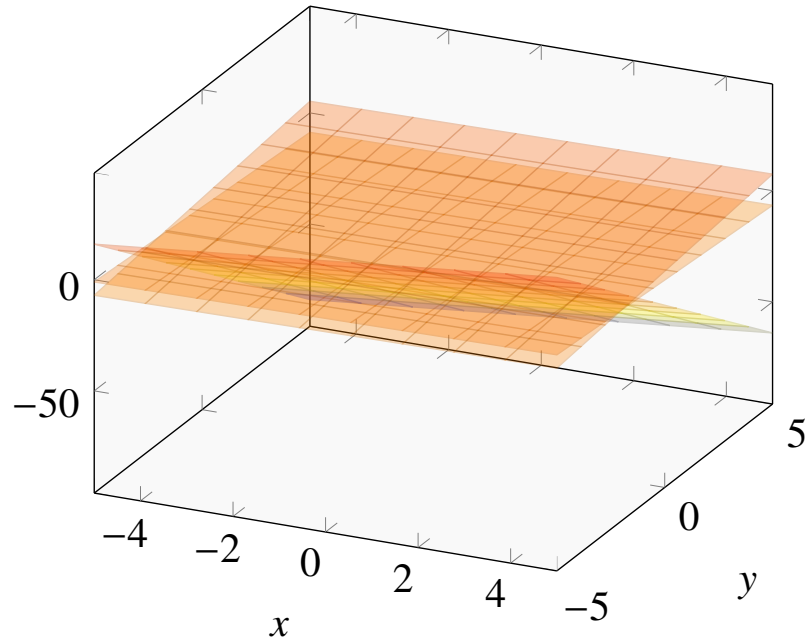
**Schritt 1.3:**

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad -6x + 1y - 2z = 15 \\ & \quad -6x + 1 \cdot (-3) - 2 \cdot (-3) = 15 \\ & \quad -6x - 3 + 6 = 15 \\ & \quad -6x = 12 \\ & \quad x = \frac{12}{-6} \\ & \quad x = \underline{-2} \end{aligned}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{-2, -3, -3\}}}$$

14 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } -2x + 7y + 9z = -34$$

$$\text{II: } -2x + 10y + 1z = -24$$

$$\text{III: } -2x - 11y + 9z = 2$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} - \text{II: } -3y + 8z = -10$$

$$\text{I} - \text{III: } 18y + 0z = -36$$

System 2x2:

$$\text{IV: } -3y + 8z = -10$$

$$\text{V: } 18y + 0z = -36$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } 18y = -36$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: y = \frac{-36}{18}$$

$$y = \underline{-2}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } -3y + 8z = -10$$

$$-3 \cdot (-2) + 8z = -10$$

$$8z = -16$$

$$z = \frac{-16}{8}$$

$$z = \underline{-2}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } -2x + 7y + 9z = -34$$

$$-2x + 7 \cdot (-2) + 9 \cdot (-2) = -34$$

$$-2x - 14 - 18 = -34$$

$$-2x = -2$$

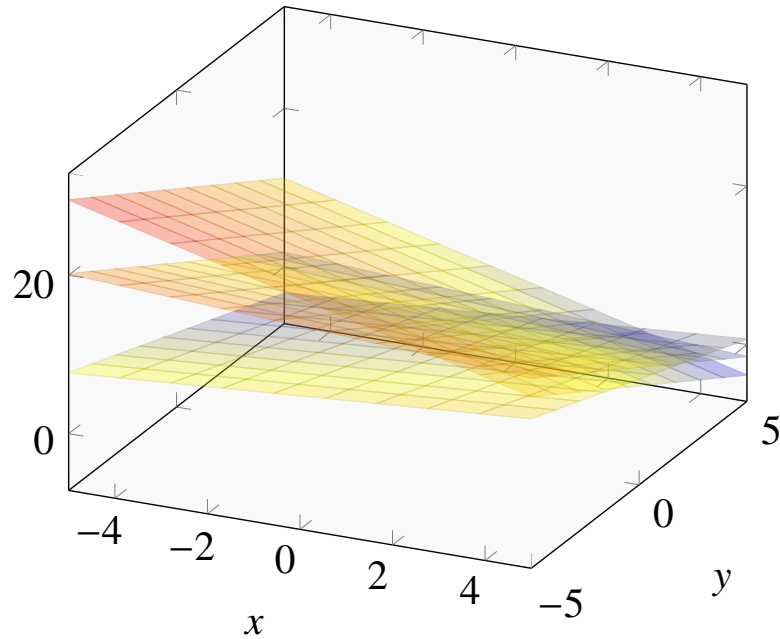
$$x = \frac{-2}{-2}$$

$$x = \underline{1}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{1, -2, -2\}}}$$

15 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } 9x + 11y + 6z = 77$$

$$\text{II: } 4x - 11y - 10z = -42$$

$$\text{III: } 2x + 11y + 6z = 56$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} + \text{II: } 13x - 4z = 35$$

$$\text{I} - \text{III: } 7x + 0z = 21$$

System 2x2:

$$\text{IV: } 13x - 4z = 35$$

$$\text{V: } 7x + 0z = 21$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } 7x = 21$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: \quad x = \frac{21}{7}$$

$$x = \underline{3}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } 13x - 4z = 35$$

$$13 \cdot \mathbf{3} - 4z = 35$$

$$-4z = -4$$

$$z = \frac{-4}{-4}$$

$$z = \underline{1}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } 9x + 11y + 6z = 77$$

$$9 \cdot \mathbf{3} + 11y + 6 \cdot \mathbf{1} = 77$$

$$27 + 11y + 6 = 77$$

$$11y = 44$$

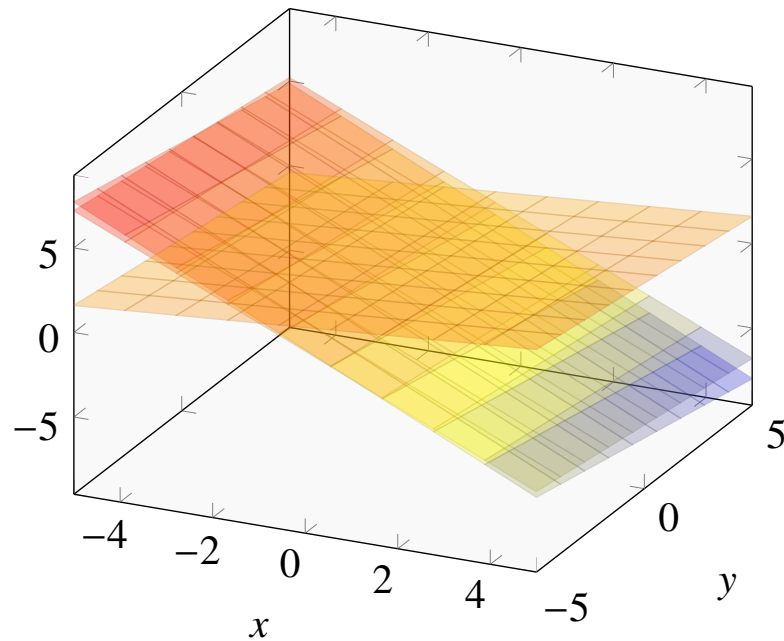
$$y = \frac{44}{11}$$

$$y = \underline{4}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{3, 4, 1\}}}$$

16 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } 12x + 2y + 10z = 2$$

$$\text{II: } -9x - 2y - 7z = 1$$

$$\text{III: } 2x - 2y - 10z = -16$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} + \text{II: } 3x + 3z = 3$$

$$\text{I} + \text{III: } 14x + 0z = -14$$

System 2x2:

$$\text{IV: } 3x + 3z = 3$$

$$\text{V: } 14x + 0z = -14$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } 14x = -14$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: \quad x = \frac{-14}{14}$$

$$x = \underline{-1}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } 3x + 3z = 3$$

$$3 \cdot (-1) + 3z = 3$$

$$3z = 6$$

$$z = \frac{6}{3}$$

$$z = \underline{2}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } 12x + 2y + 10z = 2$$

$$12 \cdot (-1) + 2y + 10 \cdot 2 = 2$$

$$-12 + 2y + 20 = 2$$

$$2y = -6$$

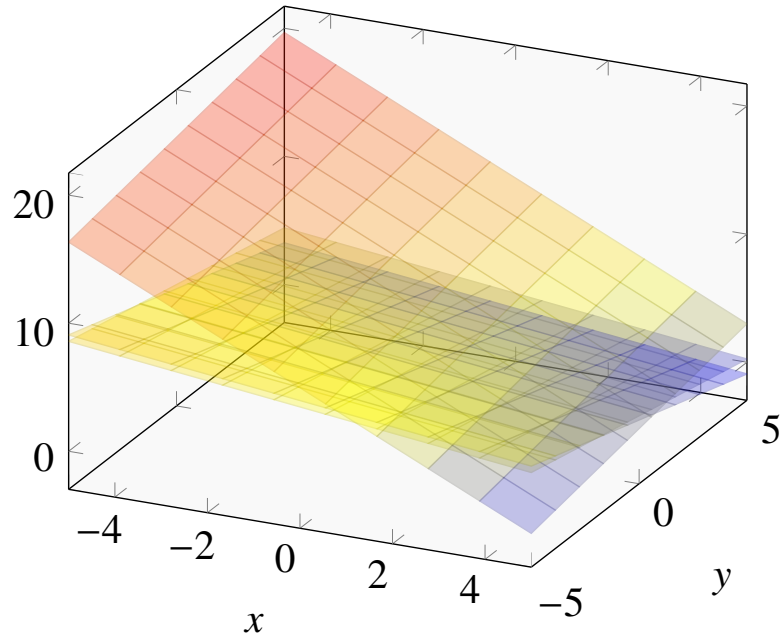
$$y = \frac{-6}{2}$$

$$y = \underline{-3}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{-1, -3, 2\}}}$$

17 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } -5x - 5y - 12z = -53$$

$$\text{II: } 5x - 1y + 3z = 29$$

$$\text{III: } -5x - 7y + -12z = -49$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} + \text{II: } -6y - 9z = -24$$

$$\text{I} - \text{III: } 2y + 0z = -4$$

System 2x2:

$$\text{IV: } -6y - 9z = -24$$

$$\text{V: } 2y + 0z = -4$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } 2y = -4$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} \text{V}^{(2)}: \quad y &= \frac{-4}{2} \\ y &= \underline{-2} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } -6y - 9z = -24$$

$$-6 \cdot (-2) - 9z = -24$$

$$-9z = -36$$

$$z = \frac{-36}{-9}$$

$$z = \underline{4}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } -5x - 5y - 12z = -53$$

$$-5x - 5 \cdot (-2) - 12 \cdot 4 = -53$$

$$-5x + 10 - 48 = -53$$

$$-5x = -15$$

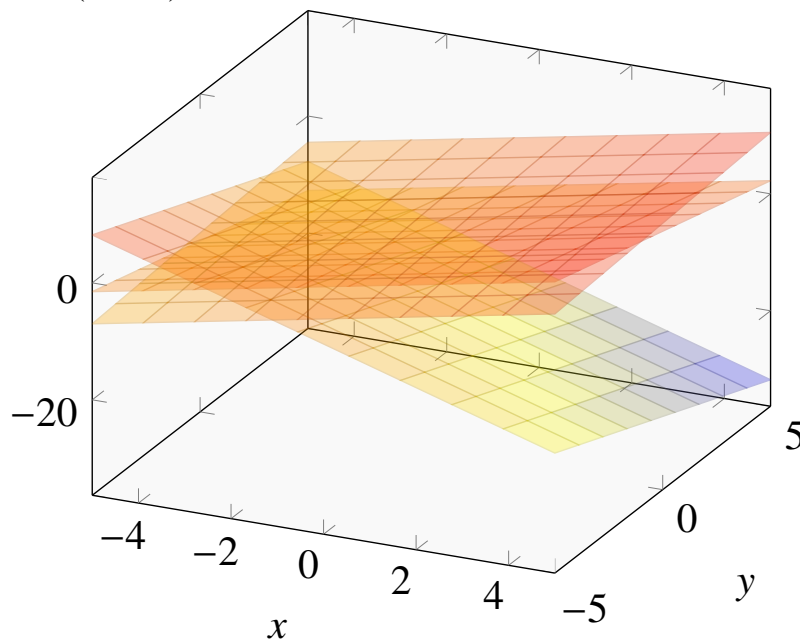
$$x = \frac{-15}{-5}$$

$$x = \underline{3}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{3, -2, 4\}}}$$

18 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } 12x - 9y - 8z = -3$$

$$\text{II: } -12x - 8y - 5z = 59$$

$$\text{III: } -12x - 2y + 8z = 14$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} + \text{II: } -17y - 13z = 56$$

$$\text{I} + \text{III: } -11y + 0z = 11$$

System 2x2:

$$\text{IV: } -17y - 13z = 56$$

$$\text{V: } -11y + 0z = 11$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } -11y = 11$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} V^{(2)}: \quad y &= \frac{11}{-11} \\ y &= \underline{-1} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } -17y - 13z = 56$$

$$-17 \cdot (-1) - 13z = 56$$

$$-13z = 39$$

$$z = \frac{39}{-13}$$

$$z = \underline{-3}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } 12x - 9y - 8z = -3$$

$$12x - 9 \cdot (-1) - 8 \cdot (-3) = -3$$

$$12x + 9 + 24 = -3$$

$$12x = -36$$

$$x = \frac{-36}{12}$$

$$x = \underline{-3}$$

---


$$\underline{\underline{L = \{-3, -1, -3\}}}$$