

# MATHEMATIK

Aufgabensammlung mit vollständigen Lösungen

## Gleichungssysteme I

Lösungsmethoden

21

24

$$(I) : \quad 8x + 2y = 2$$

$$(II) : \quad 14x + 2y = 8$$

**neo**  
LERNHILFEN





lizensiert für:  
Raphael Neuherz



Arbeitsblätter

Mathematik  
(2014-01-17 11:36)

Schuljahr  
2012/13

Verantwortlich für den Inhalt  
Dipl.-Ing. Edgar Neuherz

Graz, 2014

Wir weisen darauf hin, dass das Kopieren zum Schulgebrauch verboten ist - § 42 Absatz(6) der Urheberrechtsgesetznovelle 2003:

„Die Befugnis zur Vervielfältigung zum eigenen Schulgebrauch gilt nicht für Werke, die ihrer Beschaffenheit und Bezeichnung nach zum Schul- oder Unterrichtsgebrauch bestimmt sind.“

© 2011-2014 DI Edgar Neuherz  
Strauchergasse 23, A-8020 Graz  
Alle Rechte vorbehalten.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere das der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf fotomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweise Verwertung, vorbehalten.

ISBN  
NEO Website: [mathematik.neo-lernhilfen.at](http://mathematik.neo-lernhilfen.at)

E-Mail an [neo.verlag@me.com](mailto:neo.verlag@me.com)

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgaben</b>	<b>1</b>
1.1	Gleichungssysteme . . . . .	3
1.1.1	Einsetzungsverfahren . . . . .	3
1.1.2	Gleichsetzungsverfahren . . . . .	4
1.1.3	Eliminationsverfahren . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Lösungen</b>	<b>7</b>
2.1	Gleichungssysteme . . . . .	9
2.1.1	Einsetzungsverfahren . . . . .	9
2.1.2	Gleichsetzungsverfahren . . . . .	15
2.1.3	Eliminationsverfahren . . . . .	21



1

Aufgaben





## 1.1 Gleichungssysteme

### 1.1.1 Einsetzungsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

11:36 **1**  
2014-01-17

**1** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad x - 2y = -11 \\ \text{II:} \quad 5x - 3y - 3z = -39 \\ \text{III:} \quad 12x - 10y + z = -72 \end{array}$$

**4** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad -11x - 7y + 5z = -65 \\ \text{II:} \quad 4x + y = 12 \\ \text{III:} \quad 2x + 11y + z = 45 \end{array}$$

**2** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad 11x + y = -12 \\ \text{II:} \quad -3x + 12y - 12z = -45 \\ \text{III:} \quad 6x - 6y + z = 3 \end{array}$$

**5** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad x - 4y = -15 \\ \text{II:} \quad -4x - 11y + 4z = -9 \\ \text{III:} \quad 6x - 2y + z = -21 \end{array}$$

**3** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad 10x + 11y - 4z = 36 \\ \text{II:} \quad x - 2y = -10 \\ \text{III:} \quad -7x + 6y + z = 35 \end{array}$$

**6** Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad -2x + y = 10 \\ \text{II:} \quad 8x - 5y - 4z = -36 \\ \text{III:} \quad 2x - 10y + z = -48 \end{array}$$

## 1.1.2 Gleichsetzungsverfahren

11:36 **2**  
2014-01-17

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

7 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 10x = -56 - 12y - 7z \\ \text{II:} & 10x = 76 - 10y - 4z \\ \text{III:} & 10x = 4 - 3y - 7z \end{array}$$

10 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 5y = -62 - 8x - 10z \\ \text{II:} & 5y = -22 - 3x - 0z \\ \text{III:} & 5y = 6 - 9x - 10z \end{array}$$

8 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 1y = 23 - 4x - 5z \\ \text{II:} & 1y = 35 - 9x - 4z \\ \text{III:} & 1y = -13 - 8x - 5z \end{array}$$

11 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -4x = 51 - 9y - 7z \\ \text{II:} & -4x = -34 - 6y - 3z \\ \text{III:} & -4x = 21 - 1y - 7z \end{array}$$

9 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -4x = -14 - 5y - 7z \\ \text{II:} & -4x = -52 - 9y - 4z \\ \text{III:} & -4x = 46 - 10y - 7z \end{array}$$

12 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -8y = 23 - 7x - 6z \\ \text{II:} & -8y = 4 - 6x - 5z \\ \text{III:} & -8y = 53 - 3x - 6z \end{array}$$

## 1.1.3 Eliminationsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

11:36 **3**  
2014-01-17

13 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -5x - 6y + 4z = -35 \\ \text{II:} & 5x - 5y + 12z = -46 \\ \text{III:} & 5x + 3y + -4z = 26 \end{array}$$

16 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -9x + 4y + 3z = 31 \\ \text{II:} & 12x - 4y + 7z = -47 \\ \text{III:} & 4x - 4y + -3z = -21 \end{array}$$

14 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -2x - 2y + 6z = -26 \\ \text{II:} & -2x + 7y - 4z = -13 \\ \text{III:} & -2x + 2y + 6z = -38 \end{array}$$

17 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & -8x - 9y - 3z = 32 \\ \text{II:} & -8x + 11y - 8z = -33 \\ \text{III:} & -8x - 8y + -3z = 29 \end{array}$$

15 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 6x + 4y + 9z = 29 \\ \text{II:} & 2x + 4y - 10z = -32 \\ \text{III:} & -10x - 4y + -9z = -33 \end{array}$$

18 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 12x + 11y + 11z = -45 \\ \text{II:} & -12x + 6y + 2z = 2 \\ \text{III:} & 12x + 3y + 11z = -37 \end{array}$$



# 2

## Lösungen



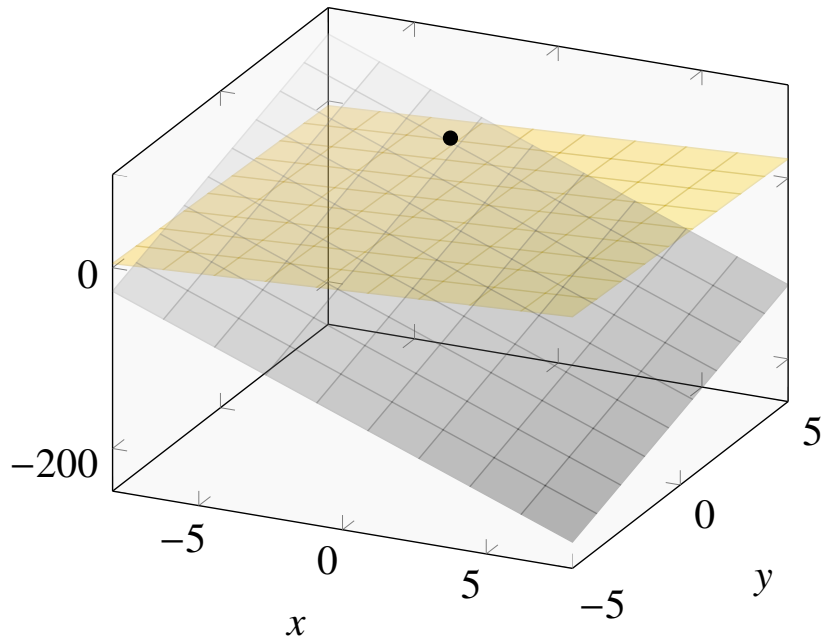
## 2.1 Gleichungssysteme

### 2.1.1 Einsetzungsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

11:36 **1**  
2014-01-17

1 Gleichungssystem ( $ID = \mathbb{R}$ ):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\text{I:} \quad x - 2y = -11$$

$$\text{II:} \quad 5x - 3y - 3z = -39$$

$$\text{III:} \quad 12x - 10y + z = -72$$

Schritt 1.1:

$$\text{I}^{(1)}: \quad x = -11 + 2y$$

Schritt 1.2:

$$\text{II}^{(1)}: \quad 5 \cdot (-11 + 2y) - 3y - 3z = -39$$

$$-55 + 10y - 3y - 3z = -39$$

$$7y - 3z = 16$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 12 \cdot (-11 + 2y) - 10y + z = -72$$

$$-132 + 24y - 10y + z = -72$$

$$14y + z = 60$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\text{II}^{(1)}: \quad 7y - 3z = 16$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 14y + z = 60$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(2)}: \quad z = 60 - 14y$$

Schritt 2.2:

$$\text{II}^{(2)}: \quad 7y - 3 \cdot (60 - 14y) = 16$$

$$7y - 180 + 42y = 16$$

$$49y = 196$$

$$y = \frac{196}{49}$$

$$y = 4$$

Schritt 2.3:

$$\text{III}^2: \quad z = 60 - 14y$$

$$z = 60 - 14 \cdot 4$$

$$z = 60 - 56$$

$$z = 4$$

Schritt 1.3:

$$\text{II}^2: \quad x = -11 + 2y$$

$$x = -11 + 2 \cdot 4$$

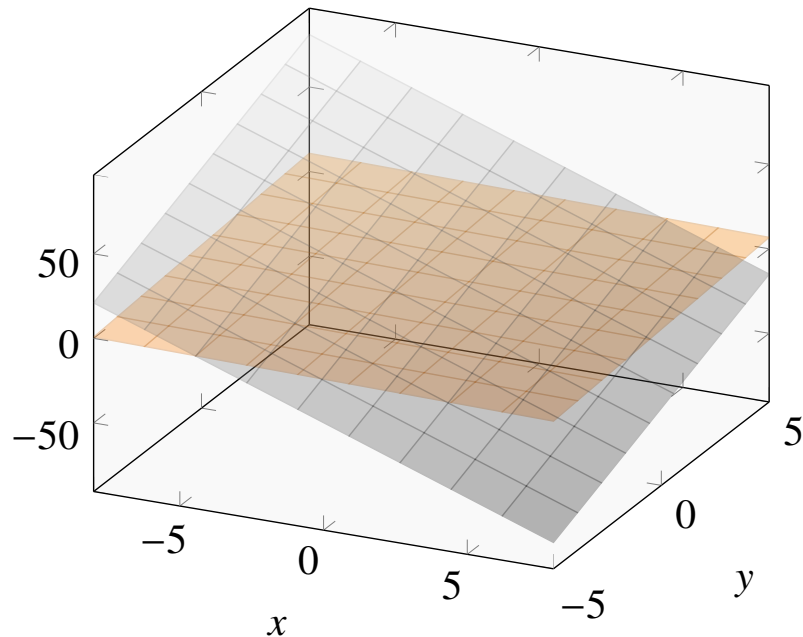
$$x = -11 + 8$$

$$x = -3$$

---


$$\mathbf{L} = \{-3, 4, 4\}$$

2 Gleichungssystem (ID = IR):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\text{I:} \quad 11x + y = -12$$

$$\text{II:} \quad -3x + 12y - 12z = -45$$

$$\text{III:} \quad 6x - 6y + z = 3$$

Schritt 1.1:

$$\text{I}^{(1)}: \quad y = -12 - 11x$$

Schritt 1.2:

$$\text{II}^{(1)}: \quad -3x + 12 \cdot (-12 - 11x) - 12z = -45$$

$$-3x - 144 - 132x - 12z = -45$$

$$-135x - 12z = 99$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 6x - 6 \cdot (-12 - 11x) + z = 3$$

$$6x + 72 + 66x + z = 3$$

$$72x + z = -69$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\text{II}^{(1)}: \quad -135x - 12z = 99$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 72x + z = -69$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(2)}: \quad z = -69 - 72x$$

Schritt 2.2:

$$\text{II}^{(2)}: \quad -135x - 12 \cdot (-69 - 72x) = 99$$

$$-135x + 828 + 864x = 99$$

$$729x = -729$$

$$x = \frac{-729}{729}$$

$$x = \underline{-1}$$

Schritt 2.3:

$$\text{III}^2: \quad z = -69 - 72x$$

$$z = -69 - 72 \cdot (-1)$$

$$z = -69 + 72$$

$$z = \underline{3}$$

Schritt 1.3:

$$\text{II}^2: \quad y = -12 - 11x$$

$$y = -12 - 11 \cdot (-1)$$

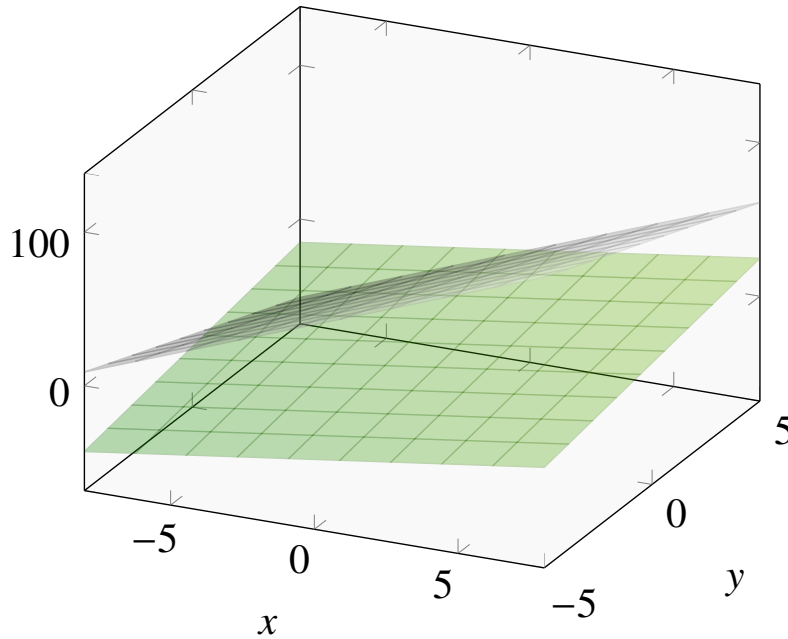
$$y = -12 + 11$$

$$y = \underline{-1}$$

$$\mathbf{L} = \underline{\underline{\{-1, -1, 3\}}}$$



**3** Gleichungssystem (ID = ℝ):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\begin{aligned} \text{I:} & 10x + 11y - 4z = 36 \\ \text{II:} & x - 2y = -10 \\ \text{III:} & -7x + 6y + z = 35 \end{aligned}$$

Schritt 1.1:

$$\text{II}^{(1)}: x = -10 + 2y$$

Schritt 1.2:

$$\begin{aligned} \text{I}^{(1)}: & 10 \cdot (-10 + 2y) + 11y - 4z = 36 \\ & -100 + 20y + 11y - 4z = 36 \\ & 31y - 4z = 136 \\ \text{III}^{(1)}: & -7 \cdot (-10 + 2y) + 6y + z = 35 \\ & 70 - 14y + 6y + z = 35 \\ & -8y + z = -35 \end{aligned}$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\begin{aligned} \text{I}^{(2)}: & 31y - 4z = 136 \\ \text{III}^{(2)}: & -8y + z = -35 \end{aligned}$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(3)}: z = -35 + 8y$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} \text{I}^{(3)}: & 31y - 4 \cdot (-35 + 8y) = 136 \\ & 31y + 140 - 32y = 136 \\ & -1y = -4 \\ & y = \frac{-4}{-1} \\ & y = \underline{4} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{aligned} \text{III}^2: & z = -35 + 8y \\ & z = -35 + 8 \cdot 4 \\ & z = -35 + 32 \\ & z = \underline{-3} \end{aligned}$$

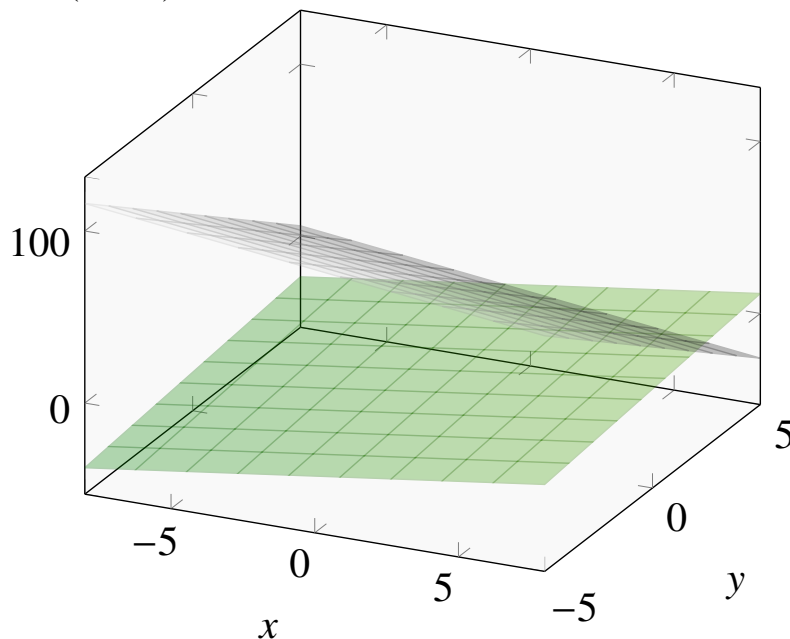
Schritt 1.3:

$$\begin{aligned} \text{II}^2: & x = -10 + 2y \\ & x = -10 + 2 \cdot 4 \\ & x = -10 + 8 \\ & x = \underline{-2} \end{aligned}$$

---


$$\mathbf{L} = \underline{\underline{\{-2, 4, -3\}}}$$

4 Gleichungssystem (ID = IR):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\text{I:} \quad -11x - 7y + 5z = -65$$

$$\text{II:} \quad 4x + y = 12$$

$$\text{III:} \quad 2x + 11y + z = 45$$

Schritt 1.1:

$$\text{II}^{(1)}: \quad y = 12 - 4x$$

Schritt 1.2:

$$\text{I}^{(1)}: \quad -11x - 7 \cdot (12 - 4x) + 5z = -65$$

$$-11x - 84 + 28x + 5z = -65$$

$$17x + 5z = 19$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 2x + 11 \cdot (12 - 4x) + z = 45$$

$$2x + 132 - 44x + z = 45$$

$$-42x + z = -87$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\text{I}^{(2)}: \quad 17x + 5z = 19$$

$$\text{III}^{(2)}: \quad -42x + z = -87$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(3)}: \quad z = -87 + 42x$$

Schritt 2.2:

$$\text{I}^{(3)}: \quad 17x + 5 \cdot (-87 + 42x) = 19$$

$$17x - 435 + 210x = 19$$

$$227x = 454$$

$$x = \frac{454}{227}$$

$$x = \underline{2}$$

Schritt 2.3:

$$\text{III}^2: \quad z = -87 + 42x$$

$$z = -87 + 42 \cdot 2$$

$$z = -87 + 84$$

$$z = \underline{-3}$$

Schritt 1.3:

$$\text{II}^2: \quad y = 12 - 4x$$

$$y = 12 - 4 \cdot 2$$

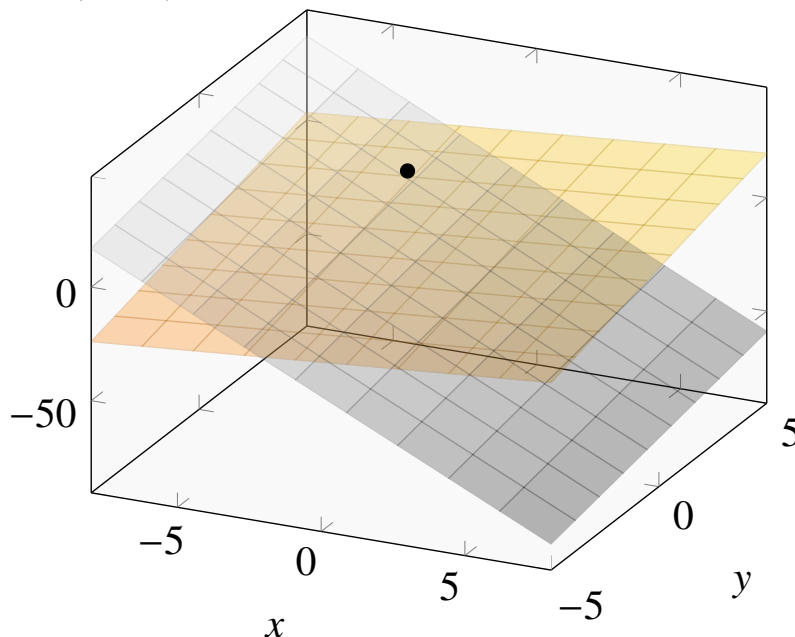
$$y = 12 - 8$$

$$y = \underline{4}$$

---


$$\mathbf{L} = \underline{\underline{\{2, 4, -3\}}}$$

5 Gleichungssystem (ID = IR):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\text{I:} \quad x - 4y = -15$$

$$\text{II:} \quad -4x - 11y + 4z = -9$$

$$\text{III:} \quad 6x - 2y + z = -21$$

Schritt 1.1:

$$\text{I}^{(1)}: \quad x = -15 + 4y$$

Schritt 1.2:

$$\text{II}^{(1)}: \quad -4 \cdot (-15 + 4y) - 11y + 4z = -9$$

$$60 - 16y - 11y + 4z = -9$$

$$-27y + 4z = -69$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 6 \cdot (-15 + 4y) - 2y + z = -21$$

$$-90 + 24y - 2y + z = -21$$

$$22y + z = 69$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\text{II}^{(1)}: \quad -27y + 4z = -69$$

$$\text{III}^{(1)}: \quad 22y + z = 69$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(2)}: \quad z = 69 - 22y$$

Schritt 2.2:

$$\text{II}^{(2)}: \quad -27y + 4 \cdot (69 - 22y) = -69$$

$$-27y + 276 - 88y = -69$$

$$-115y = -345$$

$$y = \frac{-345}{-115}$$

$$y = \underline{3}$$

Schritt 2.3:

$$\text{III}^2: \quad z = 69 - 22y$$

$$z = 69 - 22 \cdot 3$$

$$z = 69 - 66$$

$$z = \underline{3}$$

Schritt 1.3:

$$\text{II}^2: \quad x = -15 + 4y$$

$$x = -15 + 4 \cdot 3$$

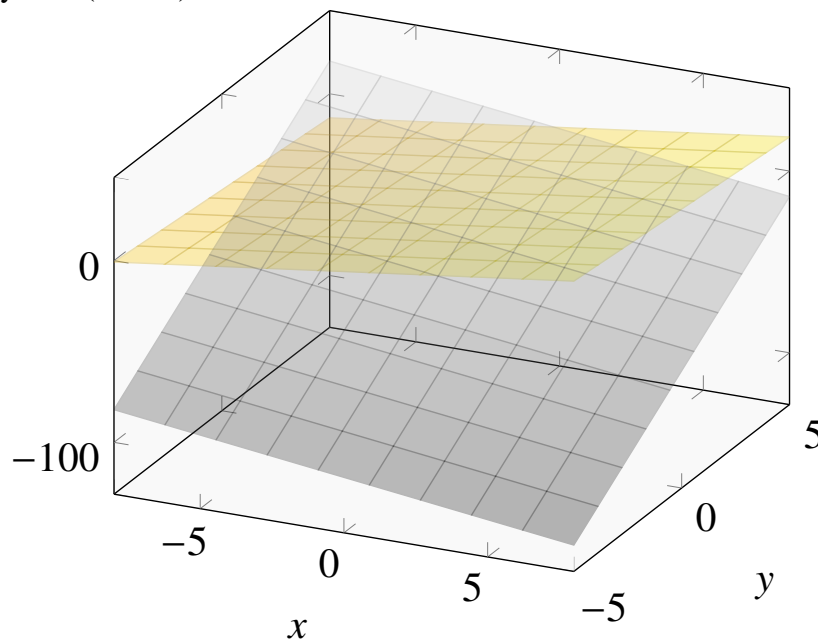
$$x = -15 + 12$$

$$x = \underline{-3}$$

---


$$\mathbf{L} = \underline{\underline{\{-3, 3, 3\}}}$$

6 Gleichungssystem (ID = IR):



Gleichungssystem mit 3 Variablen

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad -2x + y = 10 \\ \text{II:} \quad 8x - 5y - 4z = -36 \\ \text{III:} \quad 2x - 10y + z = -48 \end{array}$$

Schritt 1.1:

$$\text{I}^{(1)}: \quad y = 10 + 2x$$

Schritt 1.2:

$$\begin{array}{l} \text{II}^{(1)}: \quad 8x - 5 \cdot (10 + 2x) - 4z = -36 \\ \quad \quad 8x - 50 - 10x - 4z = -36 \\ \quad \quad -2x - 4z = 14 \\ \text{III}^{(1)}: \quad 2x - 10 \cdot (10 + 2x) + z = -48 \\ \quad \quad 2x - 100 - 20x + z = -48 \\ \quad \quad -18x + z = 52 \end{array}$$

Gleichungssystem mit 2 Variablen

$$\begin{array}{l} \text{II}^{(1)}: \quad -2x - 4z = 14 \\ \text{III}^{(1)}: \quad -18x + z = 52 \end{array}$$

Schritt 2.1:

$$\text{III}^{(2)}: \quad z = 52 + 18x$$

Schritt 2.2:

$$\begin{array}{l} \text{II}^{(2)}: \quad -2x - 4 \cdot (52 + 18x) = 14 \\ \quad \quad -2x - 208 - 72x = 14 \\ \quad \quad -74x = 222 \\ \quad \quad x = \frac{222}{-74} \\ \quad \quad x = \underline{-3} \end{array}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{array}{l} \text{III}^2: \quad z = 52 + 18x \\ \quad \quad z = 52 + 18 \cdot (-3) \\ \quad \quad z = 52 - 54 \\ \quad \quad z = \underline{-2} \end{array}$$

Schritt 1.3:

$$\begin{array}{l} \text{II}^2: \quad y = 10 + 2x \\ \quad \quad y = 10 + 2 \cdot (-3) \\ \quad \quad y = 10 - 6 \\ \quad \quad y = \underline{4} \end{array}$$

---

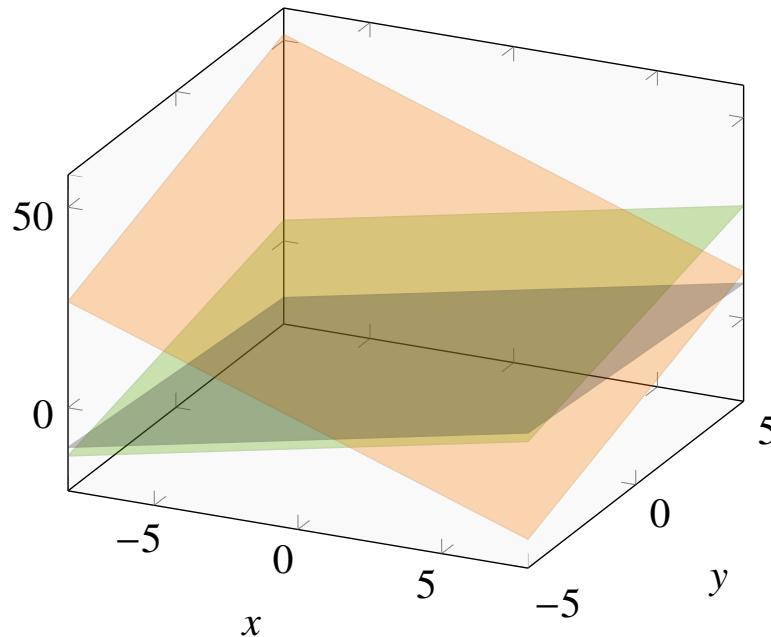

$$\mathbf{L} = \underline{\underline{\{-3, 4, -2\}}}$$

## 2.1.2 Gleichsetzungsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

11:36 **2**  
2014-01-17

7 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I:} \quad 10x = -56 - 12y + 7z$$

$$\text{II:} \quad 10x = 76 + 10y - 4z$$

$$\text{III:} \quad 10x = 4 + 3y + 7z$$

Schritt 1.1:

$$I = II: \quad -56 - 12y + 7z = 76 + 10y - 4z$$

$$I = III: \quad -56 - 12y + 7z = 4 + 3y + 7z$$

Schritt 1.2:

$$I = II: \quad -56 - 12y + 7z = 76 + 10y - 4z$$

$$-12y - 10y = 76 + 56 - 4z - 7z$$

$$-22y = 132 - 11z$$

$$I = III: \quad -56 - 12y + 7z = 4 + 3y + 7z$$

$$-12y - 3y = 4 + 56 + 7z - 7z$$

$$-15y = 60 + 0z$$

System 2x2:

$$IV: \quad -22y = 132 - 11z$$

$$V^{(1)}: \quad -15y = 60$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad -15y = 60$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: \quad y = \frac{60}{-15}$$

$$y = -4$$

Schritt 2.3:

$$IV: \quad -22y = 132 - 11z$$

$$-22 \cdot (-4) - 132 = -11z$$

$$-44 = -11z$$

$$z = \frac{-44}{-11}$$

$$z = 4$$

Schritt 1.3:

$$\text{I:} \quad 10x = -56 - 12y + 7z$$

$$10x = -56 - 12 \cdot (-4) + 7 \cdot 4$$

$$10x = -56 + 48 + 28$$

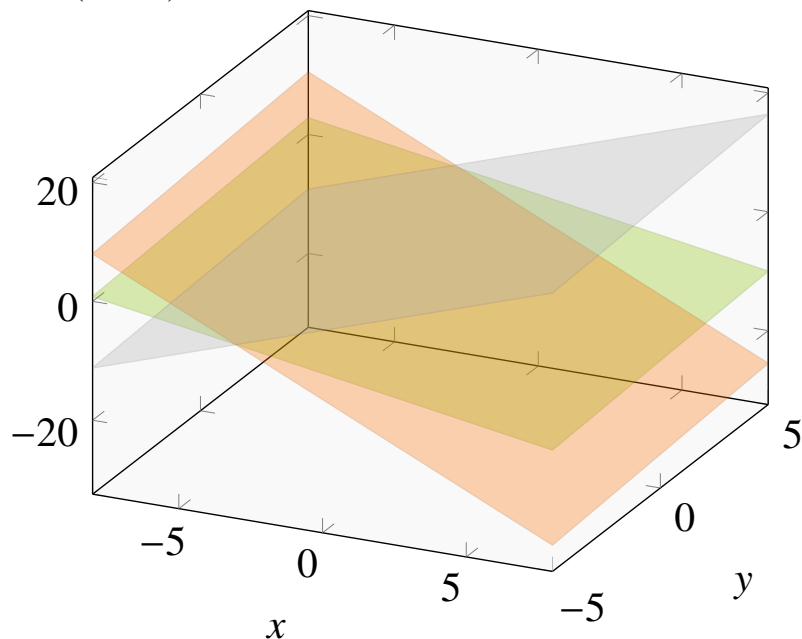
$$10x = 20$$

$$x = \frac{20}{10}$$

$$x = 2$$

$$\mathbb{L} = \{2, -4, 4\}$$

8 Gleichungssystem (ID = IR):



System 3x3

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 1y = 23 + 4x + 5z \\ \text{II:} & 1y = 35 + 9x + 4z \\ \text{III:} & 1y = -13 - 8x + 5z \end{array}$$

Schritt 1.1:

$$\begin{array}{l} I = II: \quad 23 + 4x + 5z = 35 + 9x + 4z \\ I = III: \quad 23 + 4x + 5z = -13 - 8x + 5z \end{array}$$

Schritt 1.2:

$$\begin{array}{l} I = II: \quad 23 + 4x + 5z = 35 + 9x + 4z \\ \quad \quad \quad +4x - 9x = 35 - 23 + 4z - 5z \\ \quad \quad \quad -5x = 12 - 1z \\ I = III: \quad 23 + 4x + 5z = -13 - 8x + 5z \\ \quad \quad \quad +4x + 8x = -13 - 23 + 5z - 5z \\ \quad \quad \quad 12x = -36 + 0z \end{array}$$

System 2x2:

$$\begin{array}{ll} IV: & -5x = 12 - 1z \\ V^{(1)}: & 12x = -36 \end{array}$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad 12x = -36$$

Schritt 2.2:

$$\begin{array}{ll} V^{(2)}: & x = \frac{-36}{12} \\ & x = \underline{-3} \end{array}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{array}{ll} IV: & -5x = 12 - 1z \\ & -5 \cdot (-3) - 12 = -1z \\ & 3 = -1z \\ & z = \frac{3}{-1} \\ & z = \underline{-3} \end{array}$$

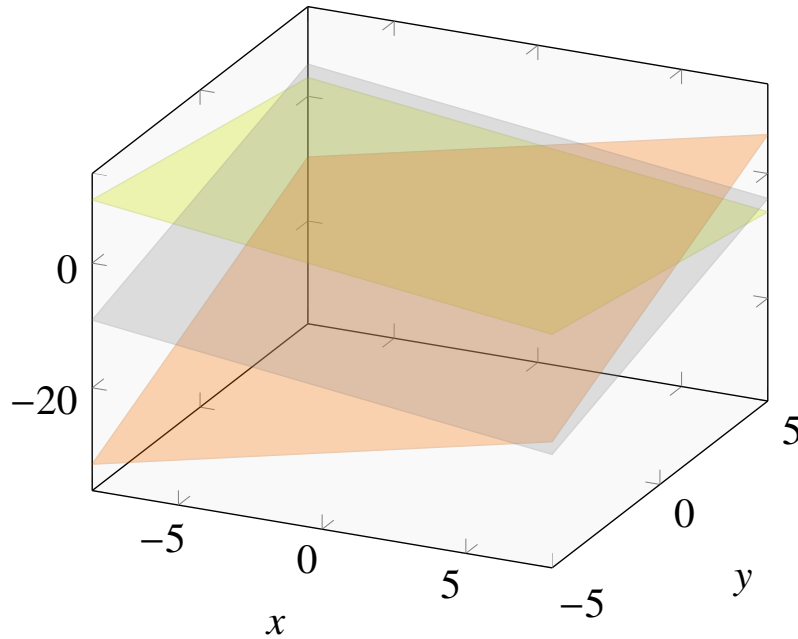
Schritt 1.3:

$$\begin{array}{ll} \text{I:} & 1y = 23 + 4x + 5z \\ & 1y = 23 + 4 \cdot (-3) + 5 \cdot (-3) \\ & 1y = 23 - 12 - 15 \\ & 1y = -4 \\ & y = \frac{-4}{1} \\ & y = \underline{-4} \end{array}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{-3, -4, -3\}}}$$

9 Gleichungssystem (ID = ℝ):



System 3x3

**I:**  $-4x = -14 + 5y + 7z$   
**II:**  $-4x = -52 + 9y - 4z$   
**III:**  $-4x = 46 - 10y + 7z$

Schritt 1.1:

$I = II: -14 + 5y + 7z = -52 + 9y - 4z$   
 $I = III: -14 + 5y + 7z = 46 - 10y + 7z$

Schritt 1.2:

$I = II: -14 + 5y + 7z = -52 + 9y - 4z$   
 $+5y - 9y = -52 + 14 - 4z - 7z$   
 $-4y = -38 - 11z$

$I = III: -14 + 5y + 7z = 46 - 10y + 7z$   
 $+5y + 10y = 46 + 14 + 7z - 7z$   
 $15y = 60 + 0z$

System 2x2:

**IV:**  $-4y = -38 - 11z$   
 $V^{(1)}: 15y = 60$

Schritt 2.1:

$V^{(2)}: 15y = 60$

Schritt 2.2:

$V^{(2)}: y = \frac{60}{15}$   
 $y = 4$

Schritt 2.3:

**IV:**  $-4y = -38 - 11z$   
 $-4 \cdot 4 + 38 = -11z$   
 $22 = -11z$   
 $z = \frac{22}{-11}$   
 $z = -2$

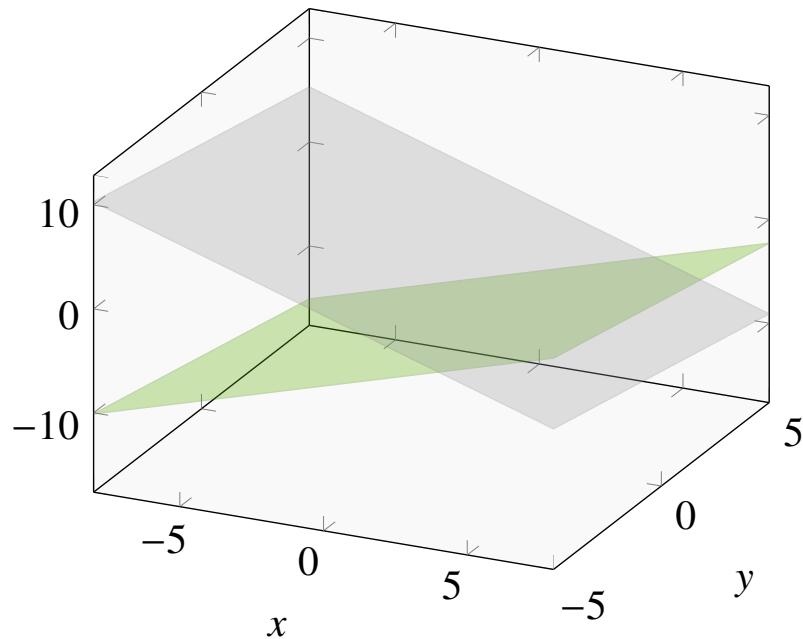
Schritt 1.3:

**I:**  $-4x = -14 + 5y + 7z$   
 $-4x = -14 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot (-2)$   
 $-4x = -14 + 20 - 14$   
 $-4x = -8$   
 $x = \frac{-8}{-4}$   
 $x = 2$

---

$\mathbb{L} = \{2, 4, -2\}$

10 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I:} \quad 5y = -62 + 8x - 10z$$

$$\text{II:} \quad 5y = -22 + 3x - 0z$$

$$\text{III:} \quad 5y = 6 - 9x - 10z$$

Schritt 1.1:

$$I = II: \quad -62 + 8x - 10z = -22 + 3x - 0z$$

$$I = III: \quad -62 + 8x - 10z = 6 - 9x - 10z$$

Schritt 1.2:

$$\begin{aligned} I = II: \quad -62 + 8x - 10z &= -22 + 3x - 0z \\ +8x - 3x &= -22 + 62 - 0z + 10z \\ 5x &= 40 + 10z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I = III: \quad -62 + 8x - 10z &= 6 - 9x - 10z \\ +8x + 9x &= 6 + 62 - 10z + 10z \\ 17x &= 68 + 0z \end{aligned}$$

System 2x2:

$$IV: \quad 5x = 40 + 10z$$

$$V^{(1)}: \quad 17x = 68$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad 17x = 68$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: \quad x = \frac{68}{17}$$

$$x = \underline{4}$$

Schritt 2.3:

$$IV: \quad 5x = 40 + 10z$$

$$5 \cdot 4 - 40 = 10z$$

$$-20 = 10z$$

$$z = \frac{-20}{10}$$

$$z = \underline{-2}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I:} \quad 5y = -62 + 8x - 10z$$

$$5y = -62 + 8 \cdot 4 - 10 \cdot (-2)$$

$$5y = -62 + 32 + 20$$

$$5y = -10$$

$$y = \frac{-10}{5}$$

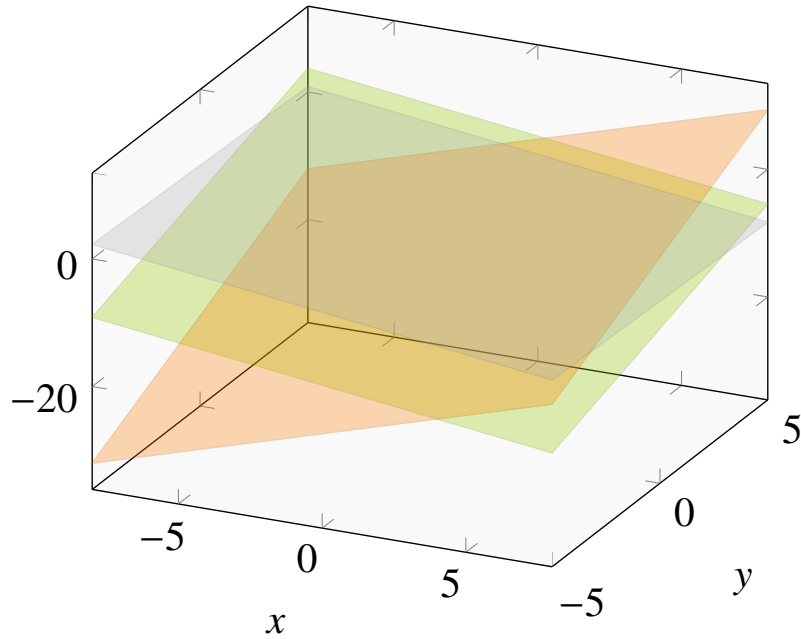
$$y = \underline{-2}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{4, -2, -2\}}}$$



11 Gleichungssystem (ID = ℝ):



System 3x3

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad -4x = 51 - 9y + 7z \\ \text{II:} & \quad -4x = -34 + 6y - 3z \\ \text{III:} & \quad -4x = 21 + 1y + 7z \end{aligned}$$

Schritt 1.1:

$$\begin{aligned} I = II: & \quad 51 - 9y + 7z = -34 + 6y - 3z \\ I = III: & \quad 51 - 9y + 7z = 21 + 1y + 7z \end{aligned}$$

Schritt 1.2:

$$\begin{aligned} I = II: & \quad 51 - 9y + 7z = -34 + 6y - 3z \\ & \quad -9y - 6y = -34 - 51 - 3z - 7z \\ & \quad -15y = -85 - 10z \\ I = III: & \quad 51 - 9y + 7z = 21 + 1y + 7z \\ & \quad -9y - 1y = 21 - 51 + 7z - 7z \\ & \quad -10y = -30 + 0z \end{aligned}$$

System 2x2:

$$\begin{aligned} IV: & \quad -15y = -85 - 10z \\ V^{(1)}: & \quad -10y = -30 \end{aligned}$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad -10y = -30$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} V^{(2)}: & \quad y = \frac{-30}{-10} \\ & \quad y = \underline{3} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\begin{aligned} IV: & \quad -15y = -85 - 10z \\ & \quad -15 \cdot 3 + 85 = -10z \\ & \quad 40 = -10z \\ & \quad z = \frac{40}{-10} \\ & \quad z = \underline{-4} \end{aligned}$$

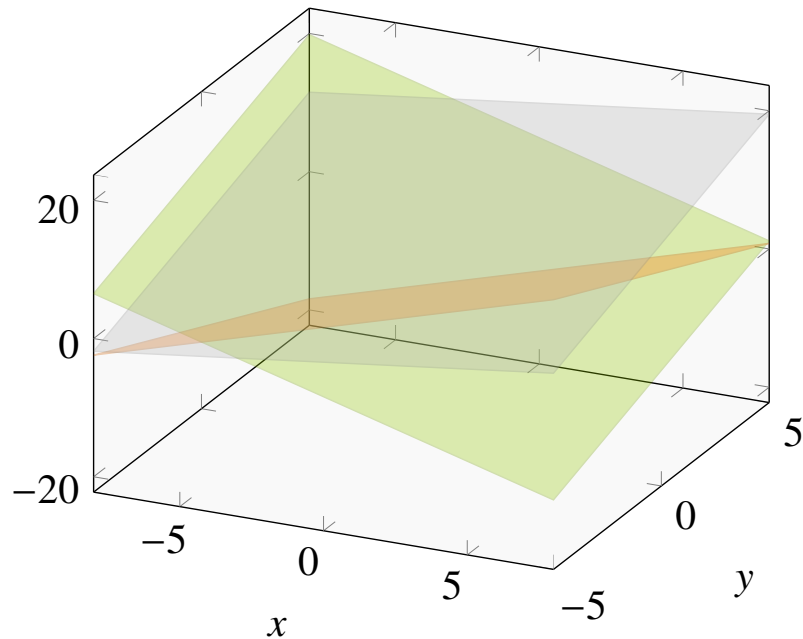
Schritt 1.3:

$$\begin{aligned} \text{I:} & \quad -4x = 51 - 9y + 7z \\ & \quad -4x = 51 - 9 \cdot 3 + 7 \cdot (-4) \\ & \quad -4x = 51 - 27 - 28 \\ & \quad -4x = -4 \\ & \quad x = \frac{-4}{-4} \\ & \quad x = \underline{1} \end{aligned}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{1, 3, -4\}}}$$

12 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I:} \quad -8y = 23 - 7x - 6z$$

$$\text{II:} \quad -8y = 4 - 6x + 5z$$

$$\text{III:} \quad -8y = 53 + 3x - 6z$$

Schritt 1.1:

$$I = II: \quad 23 - 7x - 6z = 4 - 6x + 5z$$

$$I = III: \quad 23 - 7x - 6z = 53 + 3x - 6z$$

Schritt 1.2:

$$I = II: \quad 23 - 7x - 6z = 4 - 6x + 5z$$

$$-7x + 6x = 4 - 23 + 5z + 6z$$

$$-1x = -19 + 11z$$

$$I = III: \quad 23 - 7x - 6z = 53 + 3x - 6z$$

$$-7x - 3x = 53 - 23 - 6z + 6z$$

$$-10x = 30 + 0z$$

System 2x2:

$$IV: \quad -1x = -19 + 11z$$

$$V^{(1)}: \quad -10x = 30$$

Schritt 2.1:

$$V^{(2)}: \quad -10x = 30$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: \quad x = \frac{30}{-10}$$

$$x = \underline{-3}$$

Schritt 2.3:

$$IV: \quad -1x = -19 + 11z$$

$$-1 \cdot (-3) + 19 = 11z$$

$$22 = 11z$$

$$z = \frac{22}{11}$$

$$z = \underline{2}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I:} \quad -8y = 23 - 7x - 6z$$

$$-8y = 23 - 7 \cdot (-3) - 6 \cdot 2$$

$$-8y = 23 + 21 - 12$$

$$-8y = 32$$

$$y = \frac{32}{-8}$$

$$y = \underline{-4}$$

---

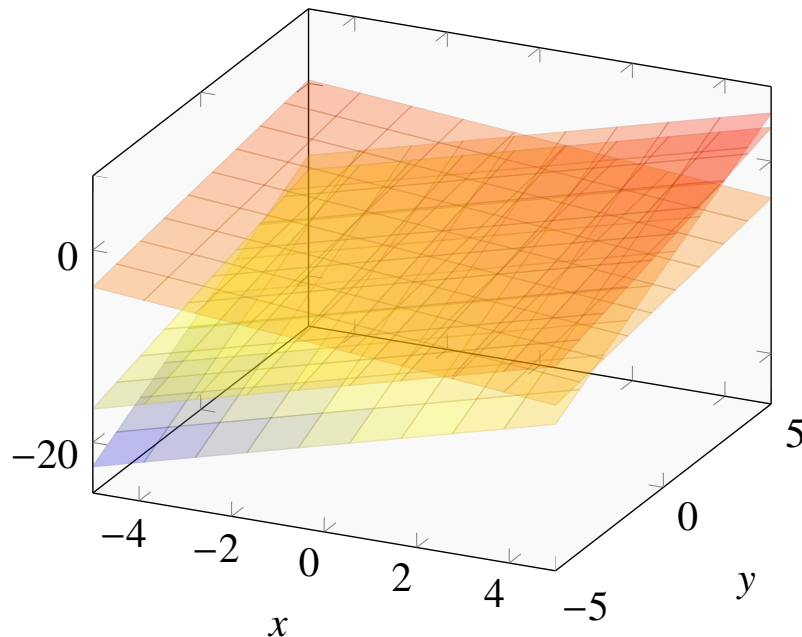

$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{-3, -4, 2\}}}$$

## 2.1.3 Eliminationsverfahren

Für folgende Gleichungssysteme ist die Lösungsmenge rechnerisch und grafisch zu ermitteln.

11:36 **3**  
2014-01-17

**13** Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } -5x - 6y + 4z = -35$$

$$\text{II: } 5x - 5y + 12z = -46$$

$$\text{III: } 5x + 3y - 4z = 26$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} + \text{II: } -11y + 16z = -81$$

$$\text{I} + \text{III: } -3y + 0z = -9$$

System 2x2:

$$\text{IV: } -11y + 16z = -81$$

$$\text{V: } -3y + 0z = -9$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } -3y = -9$$

Schritt 2.2:

$$\text{V}^{(2)}: y = \frac{-9}{-3}$$

$$y = \underline{3}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } -11y + 16z = -81$$

$$-11 \cdot \underline{3} + 16z = -81$$

$$16z = -48$$

$$z = \frac{-48}{16}$$

$$z = \underline{-3}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } -5x - 6y + 4z = -35$$

$$-5x - 6 \cdot \underline{3} + 4 \cdot (\underline{-3}) = -35$$

$$-5x - 18 - 12 = -35$$

$$-5x = -5$$

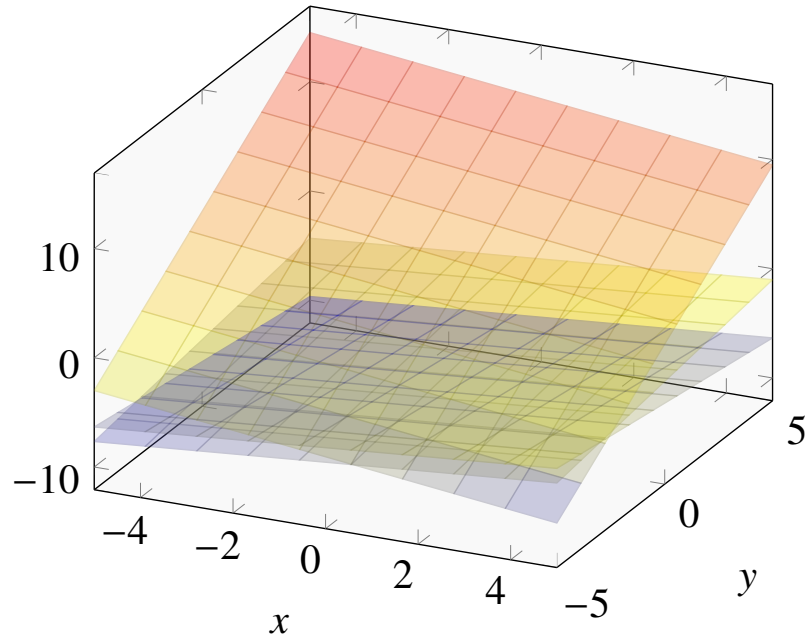
$$x = \frac{-5}{-5}$$

$$x = \underline{1}$$

---


$$L = \underline{\underline{\{1, 3, -3\}}}$$

14 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } -2x - 2y + 6z = -26$$

$$\text{II: } -2x + 7y - 4z = -13$$

$$\text{III: } -2x + 2y + 6z = -38$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} - \text{II: } -9y + 10z = -13$$

$$\text{I} - \text{III: } -4y + 0z = 12$$

System 2x2:

$$\text{IV: } -9y + 10z = -13$$

$$\text{V: } -4y + 0z = 12$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } -4y = 12$$

Schritt 2.2:

$$\text{V}^{(2)}: \quad y = \frac{12}{-4}$$

$$y = \underline{-3}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } -9y + 10z = -13$$

$$-9 \cdot (-3) + 10z = -13$$

$$10z = -40$$

$$z = \frac{-40}{10}$$

$$z = \underline{-4}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } -2x - 2y + 6z = -26$$

$$-2x - 2 \cdot (-3) + 6 \cdot (-4) = -26$$

$$-2x + 6 - 24 = -26$$

$$-2x = -8$$

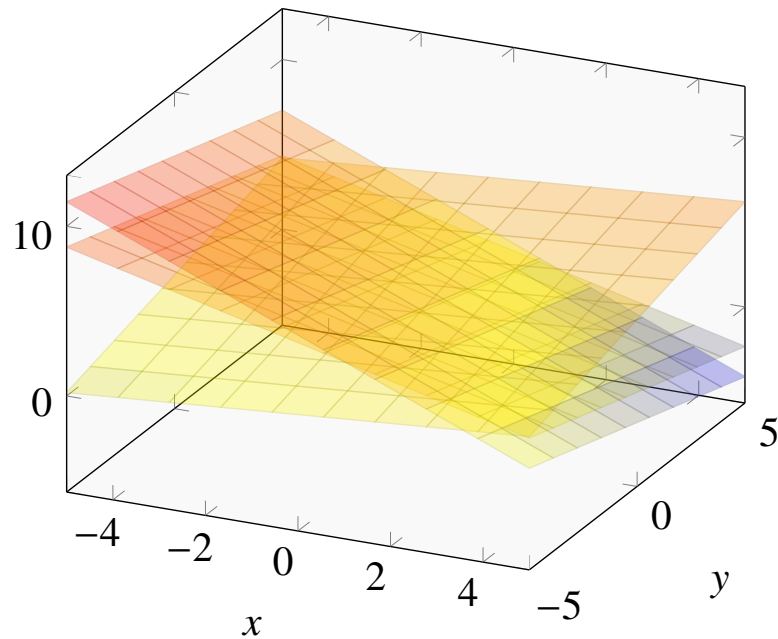
$$x = \frac{-8}{-2}$$

$$x = \underline{4}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{4, -3, -4\}}}$$

15 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } 6x + 4y + 9z = 29$$

$$\text{II: } 2x + 4y - 10z = -32$$

$$\text{III: } -10x - 4y + -9z = -33$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} - \text{II: } 4x + 19z = 61$$

$$\text{I} + \text{III: } -4x + 0z = -4$$

System 2x2:

$$\text{IV: } 4x + 19z = 61$$

$$\text{V: } -4x + 0z = -4$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } -4x = -4$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: \quad x = \frac{-4}{-4}$$

$$x = \underline{1}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } 4x + 19z = 61$$

$$4 \cdot \underline{1} + 19z = 61$$

$$19z = 57$$

$$z = \frac{57}{19}$$

$$z = \underline{3}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } 6x + 4y + 9z = 29$$

$$6 \cdot \underline{1} + 4y + 9 \cdot \underline{3} = 29$$

$$6 + 4y + 27 = 29$$

$$4y = -4$$

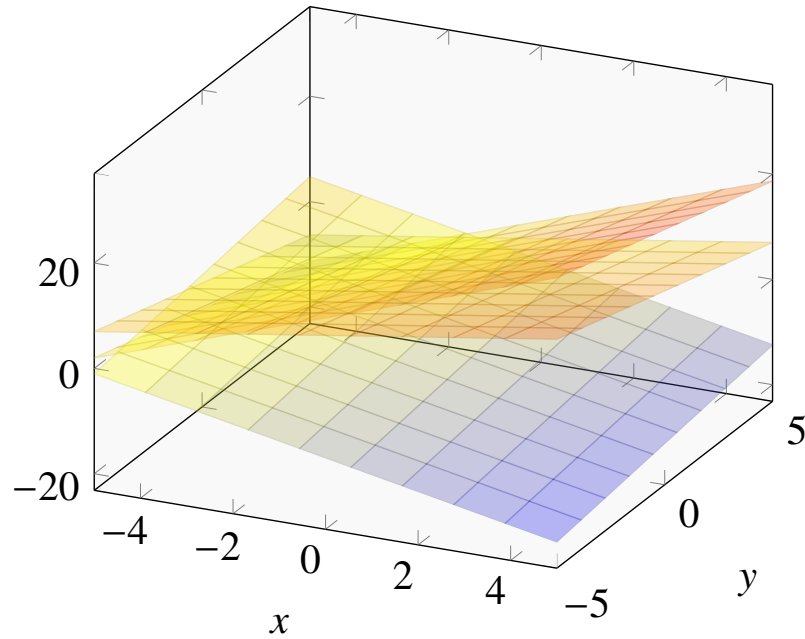
$$y = \frac{-4}{4}$$

$$y = \underline{-1}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{1, -1, 3\}}}$$

16 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } -9x + 4y + 3z = 31$$

$$\text{II: } 12x - 4y + 7z = -47$$

$$\text{III: } 4x - 4y - 3z = -21$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} + \text{II: } 3x + 10z = -16$$

$$\text{I} + \text{III: } -5x + 0z = 10$$

System 2x2:

$$\text{IV: } 3x + 10z = -16$$

$$\text{V: } -5x + 0z = 10$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } -5x = 10$$

Schritt 2.2:

$$\begin{aligned} \text{V}^{(2)}: \quad x &= \frac{10}{-5} \\ x &= \underline{-2} \end{aligned}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } 3x + 10z = -16$$

$$3 \cdot (-2) + 10z = -16$$

$$10z = -10$$

$$z = \frac{-10}{10}$$

$$z = \underline{-1}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } -9x + 4y + 3z = 31$$

$$-9 \cdot (-2) + 4y + 3 \cdot (-1) = 31$$

$$18 + 4y - 3 = 31$$

$$4y = 16$$

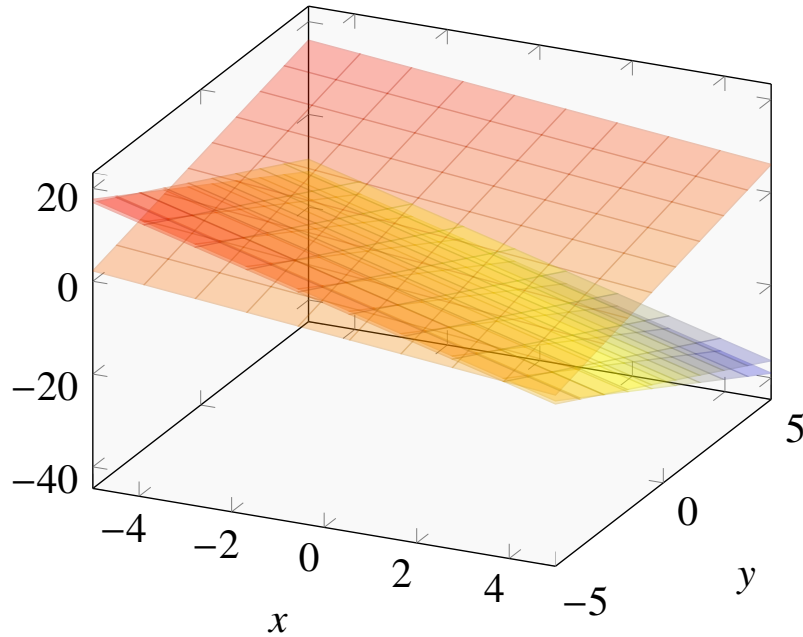
$$y = \frac{16}{4}$$

$$y = \underline{4}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{-2, 4, -1\}}}$$

17 Gleichungssystem (ID = ℝ):



System 3x3

$$I: -8x - 9y - 3z = 32$$

$$II: -8x + 11y - 8z = -33$$

$$III: -8x - 8y + -3z = 29$$

Schritt 1.1:

$$I - II: -20y + 5z = 65$$

$$I - III: -1y + 0z = 3$$

System 2x2:

$$IV: -20y + 5z = 65$$

$$V: -1y + 0z = 3$$

Schritt 2.1:

$$V: -1y = 3$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: y = \frac{3}{-1}$$

$$y = -3$$

Schritt 2.3:

$$IV: -20y + 5z = 65$$

$$-20 \cdot (-3) + 5z = 65$$

$$5z = 5$$

$$z = \frac{5}{5}$$

$$z = 1$$

Schritt 1.3:

$$I: -8x - 9y - 3z = 32$$

$$-8x - 9 \cdot (-3) - 3 \cdot 1 = 32$$

$$-8x + 27 - 3 = 32$$

$$-8x = 8$$

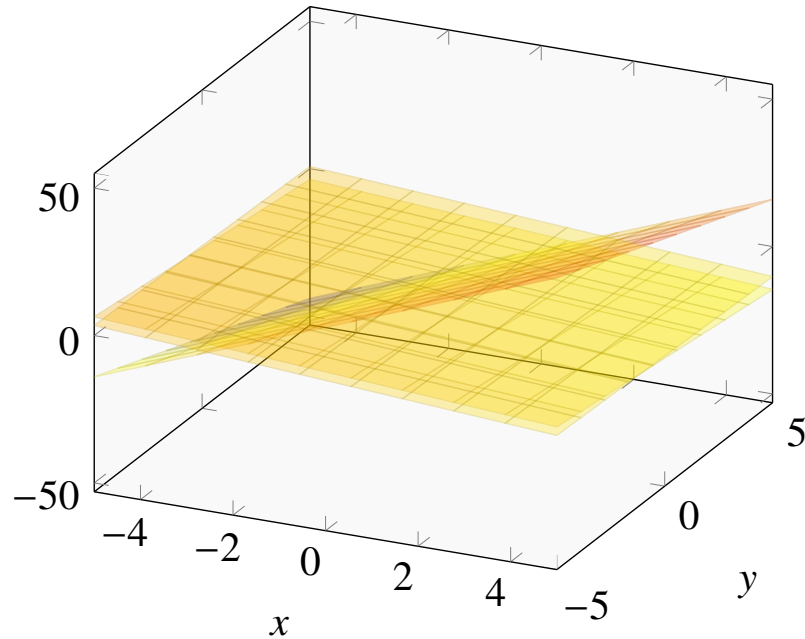
$$x = \frac{8}{-8}$$

$$x = -1$$

---


$$\mathbb{L} = \{-1, -3, 1\}$$

18 Gleichungssystem ( $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ):



System 3x3

$$\text{I: } 12x + 11y + 11z = -45$$

$$\text{II: } -12x + 6y + 2z = 2$$

$$\text{III: } 12x + 3y + 11z = -37$$

Schritt 1.1:

$$\text{I} + \text{II: } 17y + 13z = -43$$

$$\text{I} - \text{III: } 8y + 0z = -8$$

System 2x2:

$$\text{IV: } 17y + 13z = -43$$

$$\text{V: } 8y + 0z = -8$$

Schritt 2.1:

$$\text{V: } 8y = -8$$

Schritt 2.2:

$$V^{(2)}: y = \frac{-8}{8}$$

$$y = \underline{-1}$$

Schritt 2.3:

$$\text{IV: } 17y + 13z = -43$$

$$17 \cdot (-1) + 13z = -43$$

$$13z = -26$$

$$z = \frac{-26}{13}$$

$$z = \underline{-2}$$

Schritt 1.3:

$$\text{I: } 12x + 11y + 11z = -45$$

$$12x + 11 \cdot (-1) + 11 \cdot (-2) = -45$$

$$12x - 11 - 22 = -45$$

$$12x = -12$$

$$x = \frac{-12}{12}$$

$$x = \underline{-1}$$

---


$$\mathbb{L} = \underline{\underline{\{-1, -1, -2\}}}$$